

# Microsystèmes compatibles CMOS

*Luc HEBRARD*

## PLAN DU COURS

- **I** : Bases physiques
  - I.1 : Notion de micro-système
  - I.2 : Phénomènes physiques dans le silicium
  - I.3 : Caractéristiques métrologiques d'un capteur
  - I.4 : Micro-capteurs compatibles CMOS
- **II** : Micro-capteurs thermiques
- **III** : Micro-capteurs magnétiques
- *IV* : Micro-capteurs mécaniques
- *V* : Micro-capteurs optiques

*suite*

---

## I. Bases physiques

suite

### I.1. Notion de microsysteme

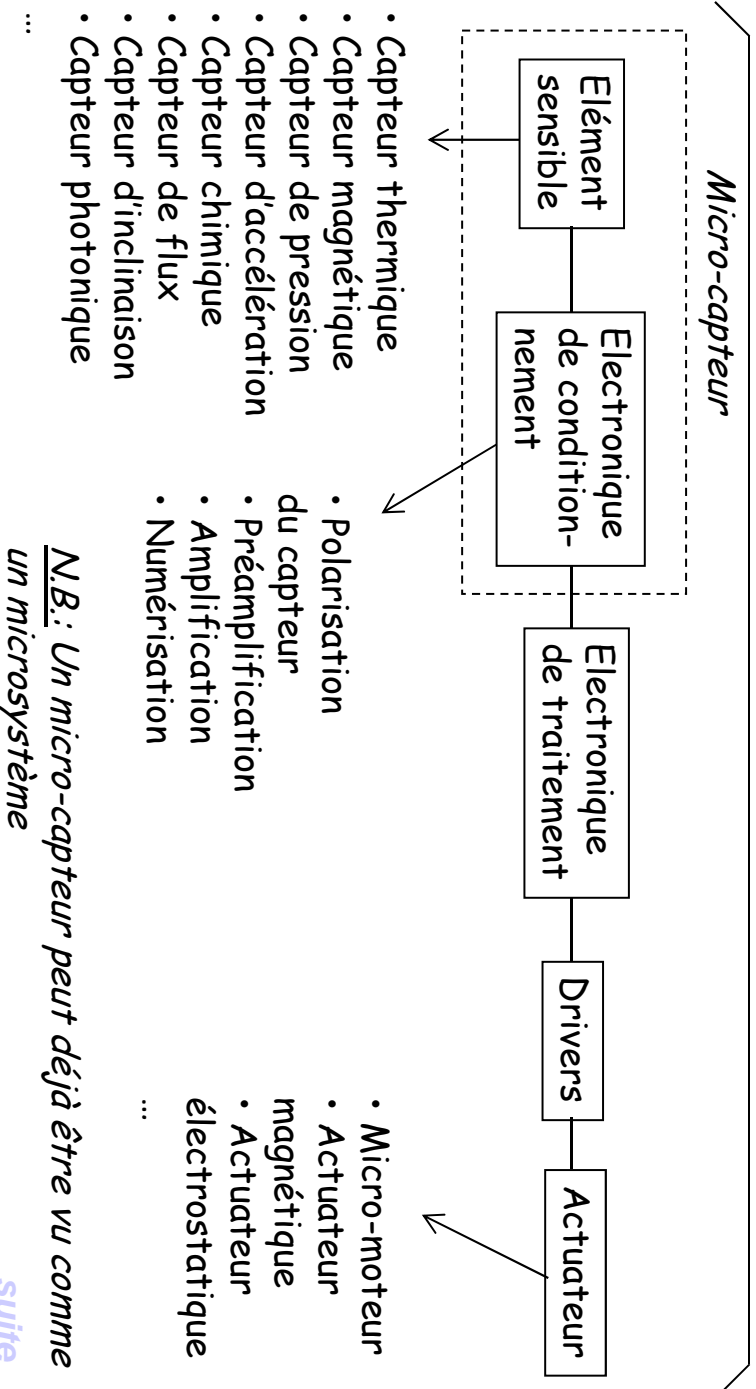
- Les technologies de la micro-électronique permettent d'imaginer et de réaliser des composants élémentaires autres que transistors, résistances et capacités.
- L'idée d'intégrer des capteurs (élément sensible à une grandeur physique) et des actionneurs est rapidement apparue.

Un microsysteme est un système intégré sur puce englobant des éléments autres que simplement des transistors, résistances, capacités. Sa conception fait donc appel à des compétences pluridisciplinaires :

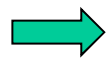
- Physique du capteur (physique du solide,...)
- Conception de circuits analogiques et/ou numériques
- Architectures systèmes
- Technologies de fabrication (*compatibilité CMOS*)

→ La conception de micro-système est un travail d'équipe.

## Micro-système le plus général qui soit



[suite](#)



Nous traiterons des micro-capteurs compatibles avec les technologies de l'intégration (CMOS).

### Avantages d'un microsysteme (ou micro-capteur) :

- Profiter des technologies matures de la micro-électronique
- Electronique au plus près de l'élément sensible :
  - réduction du bruit, amélioration du SNR
  - utilisation de l'électronique pour améliorer les caractéristiques métrologiques de l'élément sensible
- Consommation
- Miniaturisation
- Fiabilité
- Coût relativement faible en très grande série

### Inconvénients d'un microsysteme (ou micro-capteur) :

- Ne peut trouver d'applications que pour des marchés potentiellement importants (automobile, informatique, ...) ou à forte valeur ajoutée (militaire, médical, ...)
- Si étape technologique supplémentaire, elle doit être compatible avec le procédé d'intégration (CMOS).

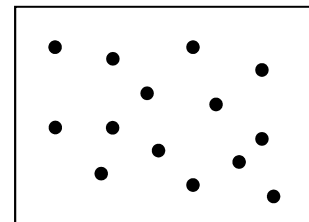
## **I.2. Quelques phénomènes physiques importants dans le silicium**

Nous allons ici décrire quelques phénomènes physiques importants affectant les caractéristiques électriques du silicium, semi-conducteur de base de la filière micro-électronique. Ces phénomènes sont souvent considérés comme parasites lorsque l'on cherche à concevoir un circuit. En revanche, lorsque l'on cherche à concevoir un élément sensible (ou capteur), on essayera de dessiner cet élément pour que le phénomène parasite devienne prédominant.

### ***I.2.1 Effet thermo-électriques***

Ce sont des effets associés à la présence simultanée de courant électrique et de courant de chaleur dans un système.

#### Rappels de thermodynamique à l'équilibre :



On considère un système de volume  $V$ , contenant  $N$  particules et possédant une énergie interne  $E$ .

L'état d'équilibre du système est caractérisé par son entropie  $S$  qui ne dépend que des variables  $E$ ,  $V$  et  $N$  :

$$S = S(E, V, N)$$

L'entropie  $S$  est une fonction positive continue et différentiable qui contient toute l'information thermodynamique du système en équilibre.

N.B.: Dans le cadre de la physique statistique, qui fait le lien entre la description microscopique du système et sa description macroscopique par les variables  $E$ ,  $V$  et  $N$ ,  $S = k \cdot \log[\Omega(E)]$  où  $\Omega(E)$  représente le nombre de micro-états accessibles par le système en équilibre, l'équilibre se traduisant par le fait que tous ces micro-états sont occupés de manière équiprobable par le système.

L'entropie étant une fonction différentiable, on a :

$$dS = \left( \frac{\partial S}{\partial E} \right)_{V,N} dE + \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_{E,N} dV + \left( \frac{\partial S}{\partial N} \right)_{E,V} dN$$

Les paramètres  $\frac{\partial S}{\partial X_i}$  sont les variables intensives conjuguées des variables extensives  $X_i = E, V$  ou  $N$ .

Si le système est en équilibre, son entropie est maximum et les variables intensives sont constantes. Ce sont ces variables auxquelles on accède facilement par mesure. Par définition, on a :

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial S}{\partial E} \right)_{V,N} = \frac{1}{T} : \text{définit la température } T. \\ \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_{E,N} = \frac{P}{T} : \text{définit la pression } P. \\ \left( \frac{\partial S}{\partial N} \right)_{E,V} = -\frac{\mu}{T} : \text{définit le potentiel chimique } \mu. \end{cases}$$

Remarque 1 : Le potentiel chimique est « abusivement » appelé niveau de Fermi en physique du semi-conducteur. Le potentiel chimique à  $T = 0$  K est par définition le niveau de Fermi des particules constituant le système.

Remarque 2 : L'entropie  $S$ , qui est une fonction de  $E, V$  et  $N$ , étant différentiable, on peut « inverser » les variables et exprimer  $E$  en fonction de  $S, V$  et  $N$ . Par calcul différentiel, on montre alors que :

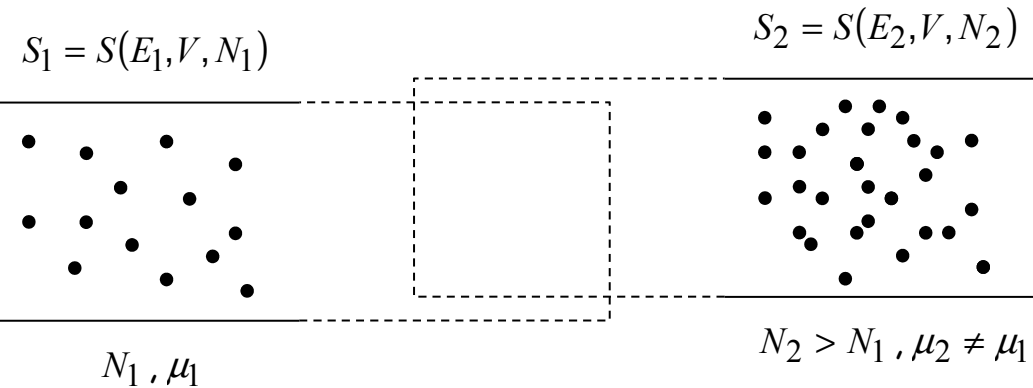
$$\left(\frac{\partial E}{\partial S}\right)_{V,N} = T, \quad \left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_{S,N} = P, \quad \left(\frac{\partial E}{\partial N}\right)_{S,V} = \mu$$

Ces définitions de  $T$ ,  $P$  et  $\mu$ , sont parfaitement équivalentes celles qui ont été données précédemment.

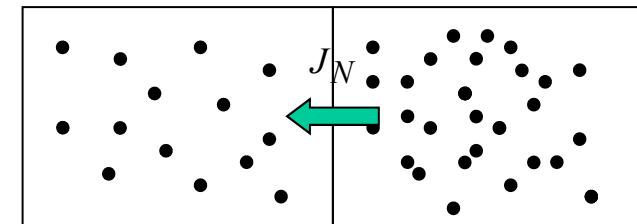
### Rappels de thermodynamique hors équilibre :

Si l'on applique une contrainte au système qui le place hors de l'équilibre et que l'on relâche la contrainte - par exemple on injecte un nombre  $dN$  de particules supplémentaires - celui-ci va se relaxer vers un nouvel état d'équilibre. Ce processus de relaxation se produit généralement très rapidement. On peut citer comme phénomène de ce type là la relaxation des porteurs du courant (nos particules!) qui se produit avec une constante de temps de l'ordre de la picoseconde dans le silicium.

Imaginons maintenant que nous ayons deux systèmes en équilibre, séparés, ayant le même volume, mais des nombres de particules différents,  $N_1$  et  $N_2$ , donc notamment des potentiels chimiques différents,  $\mu_1$  et  $\mu_2$  :



A la mise en contact de ces deux systèmes, il y aura un flux de particules  $J_N$ , qui ne s'arrêtera qu'au moment où le nouveau système formé des deux sous-systèmes aura trouvé son état d'équilibre.



L'énergie interne du nouveau système, tout comme le nombre total de particules le constituant, se conservent. En d'autres termes, on a :

$$N = N_1 + N_2 : \text{nombre de particules du nouveau système}$$

$$E = E_1 + E_2 : \text{énergie interne du nouveau système}$$

Par conséquent, l'entropie du nouveau système à l'équilibre,  $S^{(n)}$  :

$$S^{(n)} = S^{(n)}(E, V, N) = S^{(n)}(E, V, N_1 + N_2)$$

est telle que

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial S^{(n)}}{\partial N_1} \right)_{E,V} = \left( \frac{\partial S^{(n)}}{\partial N} \right)_{E,V} \cdot \left( \frac{\partial N}{\partial N_1} \right)_{N_2} = \left( \frac{\partial S^{(n)}}{\partial N} \right)_{E,V} \\ \left( \frac{\partial S^{(n)}}{\partial N_2} \right)_{E,V} = \left( \frac{\partial S^{(n)}}{\partial N} \right)_{E,V} \cdot \left( \frac{\partial N}{\partial N_2} \right)_{N_1} = \left( \frac{\partial S^{(n)}}{\partial N} \right)_{E,V} \end{cases}$$

soit

$$\left( \frac{\partial S^{(n)}}{\partial N_1} \right)_{E,V} = \left( \frac{\partial S^{(n)}}{\partial N_2} \right)_{E,V}$$

On peut aussi voir  $S^{(n)}$  comme la somme de l'entropie de chacun des sous-systèmes (sous-système n°1 + sous-système n° 2) car l'entropie est une variable extensive :

$$S^{(n)} = S^{(n)}(E, V, N) = S_1^{(n)}(E_1, V, N_1) + S_2^{(n)}(E_2, V, N_2)$$

Or,

$$\left( \frac{\partial S^{(n)}}{\partial N_1} \right)_{E,V} = \left( \frac{\partial S_1^{(n)}}{\partial N_1} \right)_{E,V} \quad \text{et} \quad \left( \frac{\partial S^{(n)}}{\partial N_2} \right)_{E,V} = \left( \frac{\partial S_2^{(n)}}{\partial N_2} \right)_{E,V}$$

Ainsi à l'équilibre du nouveau système, on a :

$$\left( \frac{\partial S_1^{(n)}}{\partial N_1} \right)_{E,V} = \left( \frac{\partial S_2^{(n)}}{\partial N_2} \right)_{E,V} \Leftrightarrow -\frac{\mu_1^{(n)}}{T_1^{(n)}} = -\frac{\mu_2^{(n)}}{T_2^{(n)}}$$

La variable intensive associée aux  $N_1$  particules du sous-système n° 1 est égal à la variable intensive associée aux  $N_2$  particules du sous-système n° 2.

On peut évidemment faire le même raisonnement avec les variables extensives  $E$ ,  $E_1$  et  $E_2$ . Et l'on obtiendra que :

$$\left( \frac{\partial S^{(n)}}{\partial E} \right)_{E,V} = \left( \frac{\partial S_1^{(n)}}{\partial E_1} \right)_{E,V} = \left( \frac{\partial S_2^{(n)}}{\partial E_2} \right)_{E,V} \Leftrightarrow \frac{1}{T_1^{(n)}} = \frac{1}{T_2^{(n)}}$$

La température associée au sous-système n° 1 est donc égale à la température associée au sous-système n° 2. En d'autres termes, après contact la température des deux sous-systèmes s'équilibre pour prendre la valeur de la température du nouveau système en équilibre !

Remarque 1 : Il y a donc en plus du flux de particules un flux d'énergie interne,  $J_E$ .

Remarque 2 : A l'équilibre du nouveau système, les potentiels chimiques des deux sous-systèmes deviennent égaux!

Si l'on revient maintenant aux deux sous-systèmes avant leur mise en contact, on a évidemment :

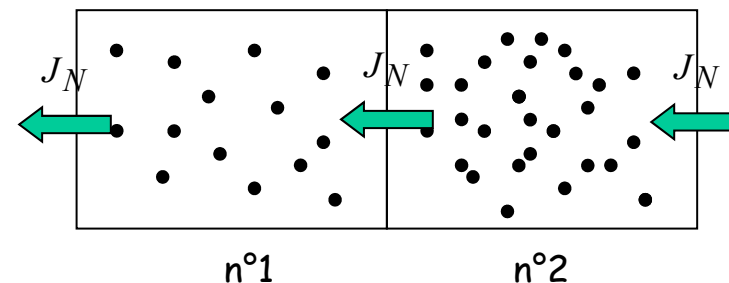
$$-\frac{\mu_1}{T_1} \neq -\frac{\mu_2}{T_2} \quad \text{et} \quad \frac{1}{T_1} \neq \frac{1}{T_2}$$

Par conséquent, tout revient à dire que la différence des variables intensives des deux sous-systèmes est à l'origine d'un flux de variables extensives, dans notre cas de E et de N.

De manière générale, le flux des variables extensives est fonction des différences des variables intensives entre le sous-système n°1 et le sous-système n°2.

Pour l'instant supposons qu'il n'y ait qu'un flux de particules  $J_N$  entre les deux sous-systèmes. Ceci n'enlève rien à la généralité du raisonnement.

Imaginons maintenant qu'à chaque fois qu'une particule se déplace (dans notre exemple vers la gauche) on apporte du côté droit une nouvelle particule, i.e. qu'un flux  $J_N$  de particules, égal au flux de particules quittant le sous-système n°2 pour aller vers le sous-système n°1, entre par la droite dans le sous-système n°2 (celui de droite). Bien entendu, pour que ce processus puisse se maintenir, on évacue du sous-système n°1 un flux  $J_N$  de particules vers la gauche. Nous avons donc la situation suivante :



Nous maintenons donc le système global hors d'équilibre. Néanmoins, lorsque les particules du sous-système n°2 sont passées vers le sous-système n°1, elles vont se relaxer très rapidement vers l'état de ce sous-système (en un temps de l'ordre de la picoseconde). Par conséquent, chacun des deux sous-systèmes peut être considéré comme étant localement en équilibre (les entropies de chacun sont alors définies ainsi que les variables intensives associées aux variables extensives), le système global étant traversé par un flux de particules, i.e. étant le siège de phénomènes de transport.

Ce flux est fonction de la différence des variables intensives des deux sous-systèmes :

$$J_N = f\left(\frac{\mu_1}{T_1} - \frac{\mu_2}{T_2}, \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$$

Si ces différences sont faibles, il semble raisonnable de supposer que  $J_N$  dépend linéairement des différences des variables intensives :

$$J_N = L_{NE} \cdot \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) + L_{NN} \cdot \left( \frac{\mu_1}{T_1} - \frac{\mu_2}{T_2} \right) = \frac{dN}{dt}$$



C'est l'hypothèse de la thermodynamique linéaire des processus irréversibles. L'expérience montre que cette hypothèse est justifiée pour la plupart des phénomènes que nous allons étudier.

Les systèmes qui nous concernent, à savoir des volumes de silicium remplis de particules mobiles (électrons et/ou trous) sont gigantesques du point de vue macroscopique. On peut donc sans problème les découper en petits sous-systèmes élémentaires localement en équilibre. On considère ensuite notre système comme un continuum de sous-systèmes élémentaires dont les variables extensives seront données en un point par leur densité : on parlera de densité de porteurs  $n$ , de densité d'énergie interne, ... qui dépendront bien sûr de la position où l'on se place dans le semi-conducteur. Dans ce contexte, les flux deviennent alors proportionnels au gradient des variables intensives, qui sont alors fonction de la position où l'on se place.

Pour un semi-conducteur, on peut supposer que le volume ne varie pas (on néglige les phénomènes de dilatation). Les variables extensives restantes sont donc l'énergie interne (ou densité d'énergie interne) et le nombre de porteurs (ou densité de porteurs).

D'autre part, comme l'on sait appliquer des variations de potentiels aux systèmes, l'énergie potentielle électrostatique des porteurs doit être incluse et le paramètre intensif associé aux porteurs (de charge  $q$ ) devient :

$$\bar{\mu} = \mu + q \cdot \Phi : \text{Potentiel électrochimique des particules.}$$

On le confond souvent avec le niveau de Fermi en physique du semi-conducteur. Parfois, on l'appelle le quasi-niveau de Fermi.

La réponse de notre système hors équilibre se caractérise alors par des flux de particules (de densité de particules) et des flux d'énergie interne (de densité d'énergie interne) :

$$\begin{cases} J_n = L_{nn} \cdot \nabla \left( -\frac{\bar{\mu}}{T} \right) + L_{ne} \cdot \nabla \left( \frac{1}{T} \right) : \text{Flux de densité de particules} \\ J_e = L_{en} \cdot \nabla \left( -\frac{\bar{\mu}}{T} \right) + L_{ee} \cdot \nabla \left( \frac{1}{T} \right) : \text{Flux de densité d'énergie} \end{cases}$$

où le signe  $\nabla$  représente l'opérateur gradient.

N.B.: Les termes  $J_n$  et  $J_e$  sont bien sûr des champs vectoriels.

Les coefficients de proportionnalité  $L_{nn}, L_{en}, \dots$  sont appelés coefficients cinétiques. Ils dépendent en général des variables intensives,  $T, \dots$ !

En considérant la réversibilité des équations microscopiques du mouvement, on montre en physique statistique que :

$$L_{ne} = L_{en}$$

Les équations précédentes permettent de décrire l'ensemble des phénomènes thermoélectriques que l'on rencontre dans les semi-conducteurs (dans l'hypothèse de la thermodynamique linéaire). Cependant, plutôt que de parler en termes de flux d'énergie interne (de densité d'énergie interne), on a l'habitude de parler en terme de flux de chaleur (de densité de chaleur).

La chaleur  $Q$  est définie par (c.f. cours de base en thermodynamique) :

$$dQ = T \cdot dS$$

$$\text{Par conséquent } \frac{dQ}{dt} = T \cdot \frac{dS}{dt} \Leftrightarrow J_Q = T \cdot J_S$$

D'autre part, nous avons vu que :

$$dS = \frac{1}{T} dE + \frac{P}{T} dV - \frac{\bar{\mu}}{T} dN$$

Soit pour un système à volume constant :

$$J_S = \frac{1}{T} J_E - \frac{\bar{\mu}}{T} J_N \Rightarrow J_Q = T \cdot J_S = J_E - \bar{\mu} \cdot J_N$$

En considérant maintenant un système continu, donc en notant  $q$  la densité de chaleur et  $s$  la densité d'entropie au point considéré, on a :

$$J_q = T \cdot J_s = J_e - \bar{\mu} \cdot J_n \Rightarrow J_e = J_q + \bar{\mu} \cdot J_n$$

Il suffit alors de remplacer  $J_e$  dans l'équation de transport précédente par son expression en fonction de  $J_q$  et de  $J_n$  pour obtenir :

$$\begin{cases} J_n = -L_{11} \cdot \frac{1}{T} \cdot \nabla \bar{\mu} + L_{12} \cdot \nabla \left( \frac{1}{T} \right) : \text{Flux de densité de particules} \\ J_q = -L_{21} \cdot \frac{1}{T} \cdot \nabla \bar{\mu} + L_{22} \cdot \nabla \left( \frac{1}{T} \right) : \text{Flux de chaleur} \end{cases}$$

où :

$$L_{11} = L_{nn} \quad , \quad L_{12} = L_{ne} - \bar{\mu} \cdot L_{nn} = L_{21} = L_{en} - \bar{\mu} \cdot L_{nn}$$

$$L_{22} = L_{ee} - \bar{\mu} \cdot L_{en} - \bar{\mu} \cdot L_{ne} + \bar{\mu}^2 \cdot L_{nn}$$

### Conductivité électrique isotherme :

Un matériau maintenu à température constante et soumis à un gradient de potentiel électrochimique est parcouru par un courant de densité :

$$J = q \cdot J_N = -q \cdot L_{11} \cdot \frac{1}{T} \cdot \nabla \bar{\mu}$$

où  $q$  est la charge des porteurs du courant.

$$\sigma = q^2 \cdot L_{11} \cdot \frac{1}{T} \quad \text{est la conductivité isotherme}$$

N.B.: C'est la conductivité habituelle rencontrée en physique du semi-conducteur, où l'on formule généralement l'expression de la densité de courant en disant que cette dernière est proportionnelle au gradient du quasi-potentiel de Fermi.

Le courant est constitué d'un courant de conduction et de diffusion. Lorsque la densité de porteurs est uniforme au sein du matériau, le potentiel chimique est indépendant de la position dans le semi-conducteur et le gradient du potentiel électrochimique est égal au gradient du potentiel électrique. On retrouve la loi habituelle :

$$J = \sigma \cdot (-\nabla \Phi) = \sigma \cdot E$$

où  $E$  représente ici le champ électrique.

Remarque : Associé à ce courant, il existe un flux de chaleur donné par :

$$J_q = -L_{21} \cdot \frac{1}{T} \cdot \nabla \bar{\mu} = \frac{L_{21}}{L_{11}} \cdot J_n = \left( \frac{L_{21}}{T \cdot L_{11}} \right) \cdot T \cdot J_n = s_e \cdot T \cdot J_n$$

C'est un flux de convection, chaque porteur transportant une entropie élémentaire égal à  $s_e = L_{21}/T \cdot L_{11}$ .

### Conductivité thermique en circuit (électrique) ouvert :

Dans un circuit ouvert ( $J_N=0$ ), en présence d'un gradient de température, il existe un gradient de potentiel électrochimique :

$$J_n = 0 = -L_{11} \cdot \frac{1}{T} \cdot \nabla \bar{\mu} + L_{12} \cdot \nabla \left( \frac{1}{T} \right) \Rightarrow \nabla \bar{\mu} = -\frac{1}{T} \cdot \frac{L_{12}}{L_{11}} \cdot \nabla T$$

Le flux de chaleur associé à ce gradient de température est alors donné par :

$$J_q = -L_{21} \cdot \frac{1}{T} \cdot \nabla \bar{\mu} + L_{22} \cdot \nabla \left( \frac{1}{T} \right) = -\frac{1}{T^2} \cdot \frac{L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21}}{L_{11}} \cdot \nabla T$$

$$\kappa = \frac{1}{T^2} \cdot \frac{L_{11}L_{22} - L_{12}L_{21}}{L_{11}} \quad \text{est la conductivité thermique .}$$

(en circuit électrique ouvert)

N.B.: Le flux de chaleur est un flux dit de conduction par rapport au flux de convection évoqué ci-dessus.

Remarque 1 : Dans un matériau soumis à des gradients de températures et au sein duquel existe des courants électriques, le flux de chaleur est bien entendu la somme du flux de convection et de conduction :

$$J_q = -\kappa \cdot \nabla T + s_e \cdot T \cdot J_n$$

Remarque 2 : Plus un matériau est chaud et plus les atomes le constituant vibrent autour de leur position d'équilibre par agitation thermique. L'énergie de ces vibrations est quantifiée, le quantum d'énergie étant un phonon (par analogie aux photons). Ces « particules de vibration » participent aussi au flux de chaleur. Dans les matériaux conducteurs ou semi-conducteur, leur contribution est faible. En revanche dans les isolants, ou les semi-conducteurs très faiblement dopés, ils constituent le principal processus de conduction de la chaleur. Pour prendre en compte leur effet, il suffirait de rajouter ce type de particules dans l'expression de l'entropie,  $S(E,V,N,P)$  où P représente les phonons !

### Effet Seebeck :

Nous avons déjà vu l'effet Seebeck, sans le dire. Cet effet est caractérisé par l'existence d'un gradient de potentiel électrochimique, en présence d'un gradient de température, dans un circuit ouvert ( $J_n=0$ ) :

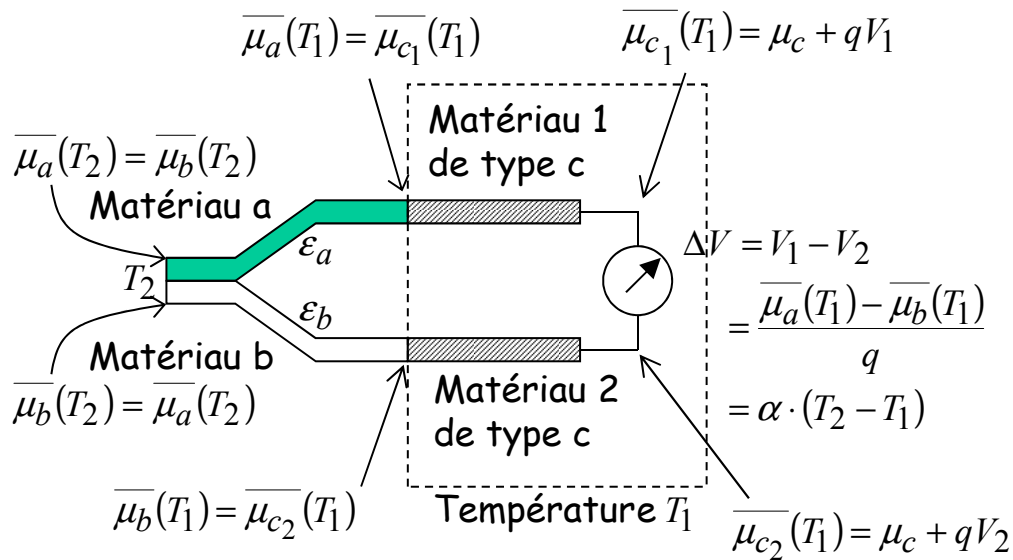
$$J_n = 0 = -L_{11} \cdot \frac{1}{T} \cdot \nabla \bar{\mu} + L_{12} \cdot \nabla \left( \frac{1}{T} \right) \Rightarrow \nabla \bar{\mu} = -\frac{1}{T} \cdot \frac{L_{12}}{L_{11}} \cdot \nabla T$$

$$\nabla \bar{\mu} = -\frac{1}{T} \cdot \frac{L_{12}}{L_{11}} \cdot \nabla T = -q \cdot \varepsilon \cdot \nabla T$$

où  $\varepsilon$  est appelé le pouvoir thermoélectrique ou coefficient Seebeck (effet découvert en 1821 par T. Seebeck).

N.B.:  $\varepsilon$  dépend du potentiel électrochimique (donc notamment de la concentration en porteurs dans un semi-conducteur) et de la température!

En pratique, on utilise un thermocouple pour mesurer l'effet Seebeck :



$$\overline{\mu}_a(T_1) - \overline{\mu}_a(T_2) = -q \int_L \varepsilon_a \cdot \nabla T \cdot dl = -q \int_{T_2}^{T_1} \varepsilon_a \cdot dT \cong q \cdot \varepsilon_a \cdot (T_2 - T_1)$$

De même, on a  $\overline{\mu}_b(T_1) - \overline{\mu}_b(T_2) \cong q \cdot \varepsilon_b \cdot (T_2 - T_1)$

Par conséquent :  $\Delta V = V_1 - V_2 = (\varepsilon_a - \varepsilon_b) \cdot (T_2 - T_1)$

Toute l'industrie du thermocouple est basée sur l'effet Seebeck.

TABLE 2 Seebeck Coefficient for Some Metals and Mono- and Poly-Silicon (in  $\mu V/K$ )

Material	273 K	300 K
p-type mono silicon (Si)		300 to 1000
Antimony (Sb)		43"
Chrome (Cr)	18.8	17.3
Gold (Au)	1.79	1.94
Copper (Cu)	1.70	1.83
Aluminum (Al)		-1.7
Platinum (Pt)	-4.45	-5.28
Nickel (Ni)	-18.0	
Bismuth (Bi)		-79"
n-type polysilicon (Si)		-200 to -500

"Averaged over 0 to 100°C.

Comme le montre le tableau ci-dessus, l'effet Seebeck est beaucoup plus prononcé pour les semi-conducteurs que pour les métaux.

Ces différences ne peuvent s'expliquer qu'en regardant du point de vue microscopique les processus physiques à l'origine de l'effet Seebeck. Les principaux processus identifiés sont les suivants :

- Changement du potentiel chimique  $\mu$  des porteurs en fonction de la température.
- Thermodiffusion des porteurs et changement de leur libre parcours moyen en fonction de la température.
- Gradient de densité de porteurs.
- Balayage des porteurs par les phonons.

a) Changement du potentiel chimique  $\mu$  des porteurs (appelé aussi  $E_F$  en physique du semi-conducteur) en fonction de la température.

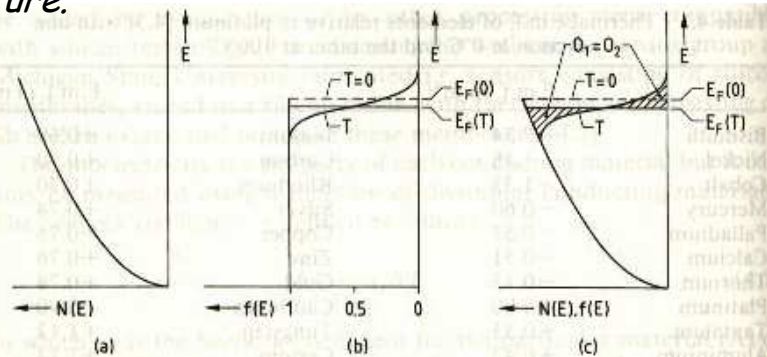
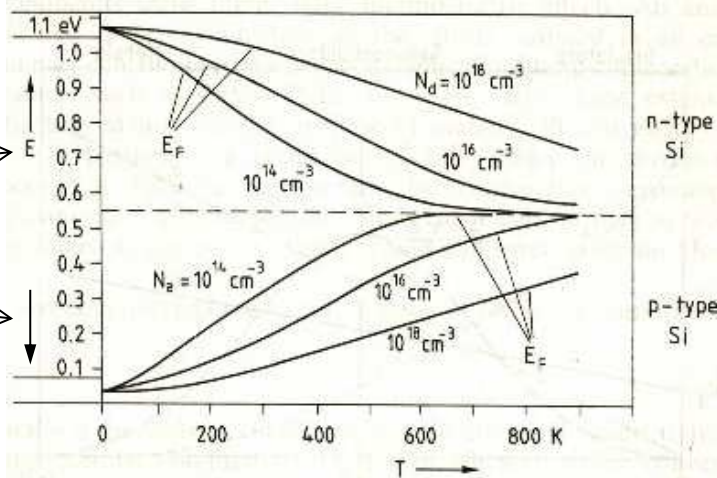


Fig. 4.2 (a) Density of energy states, (b) Fermi-Dirac distribution function, and (c) density of occupied states at 0 K and at  $T > 0$  K.

Il est directement lié à la courbure de  $N(E)$ , densité d'états dans la bande de conduction (ou de valence selon que le semi-conducteur est dopé de type N ou P):

Sens des  $E$  croissantes pour les  $e^-$  →

→ Sens des  $E$  croissantes pour les trous ↓



→ Sa contribution est relativement importante pour les matériaux semi-conducteurs.

- Supposons que le matériau soit de type N et que la seule origine de la variation du potentiel électrochimique  $\bar{\mu}$  soit une variation du potentiel chimique  $\mu$ .

D'après la figure précédente, on voit que le gradient de  $\mu$  est négatif. Ainsi, puisque les porteurs sont des électrons, on a  $q = -e$ , ce qui conduit à :

$$\frac{d\bar{\mu}}{dT} = \frac{d\mu}{dT} < 0 \Rightarrow -q \cdot \varepsilon = e \cdot \varepsilon < 0 \Rightarrow \varepsilon < 0$$

Par conséquent, dans un SC de type N, le gradient du potentiel chimique dû à une variation de température contribue de manière négative au coefficient Seebeck.

- Supposons maintenant que le matériau soit de type P. dans ce cas,  $q = e$  mais il faut faire attention au sens des énergies croissantes pour déterminer le gradient de  $\mu$ . D'après la figure précédente, les énergies étant croissantes lorsque l'on va vers le bas, le gradient est négatif! Par conséquent :

$$\frac{d\bar{\mu}}{dT} = \frac{d\mu}{dT} < 0 \Rightarrow -q \cdot \varepsilon = -e \cdot \varepsilon < 0 \Rightarrow \varepsilon > 0$$

Ainsi, dans un SC de type P, le gradient de potentiel chimique dû à une variation de la température contribue de manière positive au coefficient Seebeck.

#### Remarques :

1) Une autre manière de voir les choses est de conserver la convention d'échelle utilisée à la figure précédente, c'est-à-dire la convention des électrons où les énergies croissantes sont dirigées vers le haut, et affecter une charge négative au trou! Le gradient du potentiel chimique dans le SC de type P est alors positive et on retrouve bien une contribution positive du SC de type P au coefficient Seebeck pour ce qui est du gradient de  $\mu$ .

2) Là où le potentiel chimique est bas (côté chaud), il y aura plus de porteurs. Ainsi, les porteurs vont diffuser du point chaud vers le point froid. Si les faces latérales du barreau sont sous haute impédance, il y aura accumulation de porteurs d'un côté et déficit de l'autre côté conduisant à un champ électrique et à un courant de dérive s'opposant au courant de diffusion.

*b) Thermodiffusion des porteurs et changement de leur libre parcours moyen en fonction de la température.*

L'énergie cinétique des porteurs du côté chaud est plus élevée que du côté froid. Par conséquent, ces porteurs auront tendance à diffuser vers le côté froid. Cette diffusion est contrecarrée par les chocs subis par les porteurs. Ces chocs sont d'autant plus nombreux que les porteurs sont agités (chauds). Les porteurs chauds verront donc leur libre parcours moyen diminué. Ces deux processus s'équilibrent et conduisent à un état stationnaire où les porteurs se dirigent globalement vers une ou l'autre face du barreau.

La contribution de ce phénomène au coefficient Seebeck peut être positive ou négative selon le résultat net de l'équilibre.

Remarque : C'est généralement ce phénomène qui domine dans les métaux.

### c) Gradient de densité de porteurs :

Les deux phénomènes physiques évoqués ci-dessus conduisent globalement à une diffusion des porteurs entraînant une variation de leur densité tout au long du matériau depuis la partie chaude jusqu'à la partie froide. Ces gradients de porteurs induisent un champ électrique et donc un courant de dérive opposé qui va équilibrer le courant de diffusion en régime stationnaire.

N.B.: Ce n'est pas l'intégrale du champ électrique le long des matériaux A et B que l'on mesure avec le thermocouple, mais bien la différence de potentiel électrochimique entre ces deux matériaux, là où ils sont à température  $T_1$ !

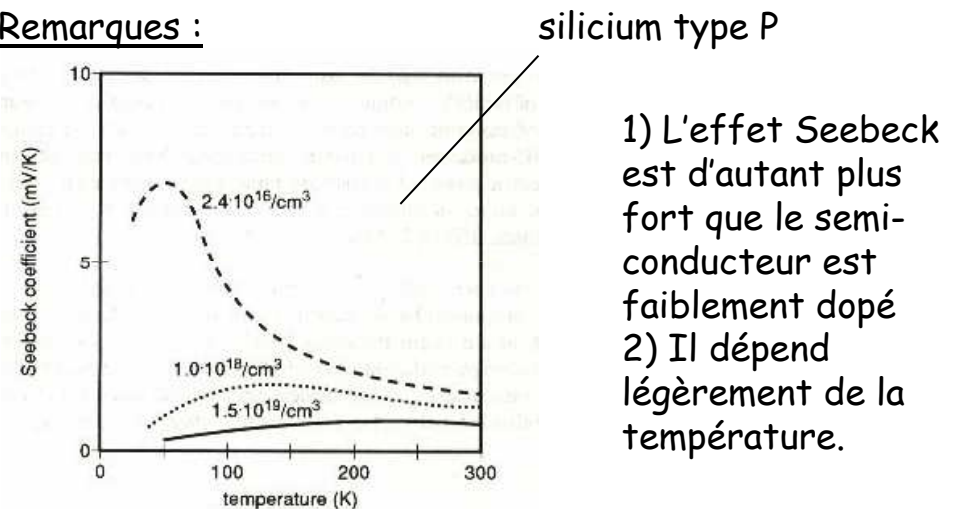
### d) Balayage des porteurs par les phonons :

Les « particules de vibration » du réseau (ou phonons) interagissent avec les porteurs en leur transférant une partie de leur quantité de mouvement. Par conséquent, comme les phonons se déplacent des parties chaudes vers les parties froides, ce phénomène donne une contribution du même type que celle de la thermodiffusion.

Il est prédominant à basse température pour des semi-conducteurs faiblement dopés.

De manière générale, tous les processus physiques qui viennent d'être évoqués contribuent à l'effet Seebeck. Dans les métaux, l'effet est principalement dû au phénomène de thermodiffusion, alors que dans les semi-conducteurs, tous les phénomènes apportent une contribution non négligeable.

### Remarques :



- 1) L'effet Seebeck est d'autant plus fort que le semi-conducteur est faiblement dopé
- 2) Il dépend légèrement de la température.

3) L'effet Seebeck ne permet de ne mesurer que des différences de température. Il est donc généralement utilisé dans des capteurs composite où un flux de chaleur créé volontairement conduit à une ddp de référence. Ce flux est ensuite modulé par la grandeur à mesurer, par exemple un flux d'air. On construit alors un capteur de flux (de débit d'air),...

### Effet Peltier :

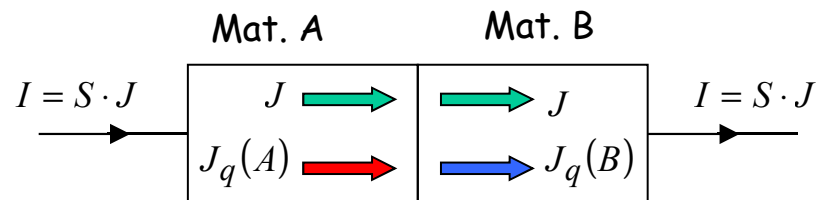
Comme pour l'effet Seebeck, nous l'avons déjà vu sans le nommer. A température uniforme, un courant électrique de densité  $J$  s'accompagne d'un flux de chaleur de convection :

$$J_q = -L_{21} \cdot \frac{1}{T} \cdot \nabla \bar{\mu} = \frac{L_{21}}{L_{11}} \cdot J_n = \left( \frac{L_{21}}{T \cdot L_{11}} \right) \cdot T \cdot J_n = s_e \cdot T \cdot J_n$$

$$\text{Soit } J_q = \frac{1}{q} \frac{L_{21}}{L_{11}} \cdot J_n = \Pi \cdot J \quad \text{où } J = q \cdot J_n$$

Coefficient Peltier

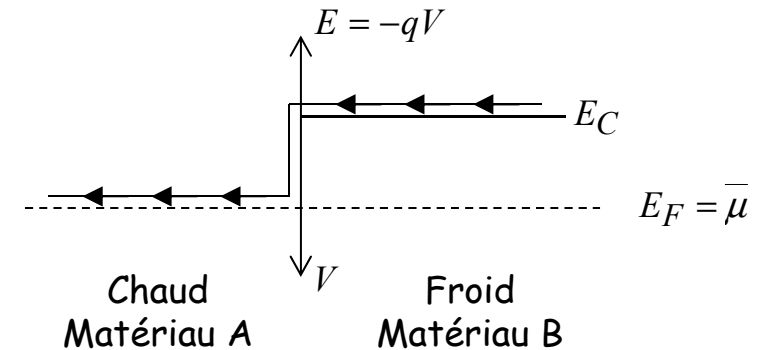
Pour observer l'effet Peltier, il faut créer (un peu comme pour observer l'effet Seebeck) une jonction avec deux matériaux ayant des coefficients Peltier différents :



$$\Delta J_q = J_q(A) - J_q(B) = (\Pi_a - \Pi_b) \cdot J > 0 \text{ ou } < 0$$

selon le sens du courant et le signe de  $(\Pi_a - \Pi_b)$ .

D'un point de vue microscopique, l'effet Peltier est beaucoup plus simple à expliquer que l'effet Seebeck. Il provient simplement du fait que l'énergie des porteurs mobiles n'est pas la même dans le matériau A que dans le matériau B. Imaginons par exemple que le matériau A soit un métal et que le matériau B soit un semi-conducteur dopé N (les porteurs du courant (électrique et de chaleur) sont donc les électrons :



Dans le matériau A, l'énergie potentielle des électrons est celle du niveau de Fermi. En revanche, dans le matériau B, elle est égale à l'énergie  $E_C$  du niveau de conduction. En passant du matériau B au matériau A les électrons sont obligés de perdre de l'énergie potentielle qu'ils restituent sous forme de chaleur dans le matériau A. Le phénomène inverse a lieu si le courant passe dans l'autre sens.



L'effet Peltier n'a pas vraiment d'application en terme de micro-capteur. En revanche il est très utilisé pour créer des appareils de refroidissement.

### Effet Thomson :

Lorsqu'un courant électrique passe à travers un matériau en présence d'un gradient de température, en plus de l'effet Joule, ce courant crée aussi, ou absorbe, une certaine quantité de chaleur donnée par :

$$\frac{dQ}{dt} = -T \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \cdot J \cdot \nabla T$$

#### Remarques :

- 1) L'effet Thomson peut être vu comme une combinaison de l'effet Seebeck et de l'effet Peltier.
- 2) On ne lui connaît pas d'application technique.

### Dernière remarque :

Nous avons introduit les effets thermodynamiques par l'équation des flux de densité de porteurs et de chaleur. Ces flux s'expriment comme une combinaison linéaire des gradients de potentiel électrochimique et de température, via les coefficients cinétiques  $L_{11}$ ,  $L_{12}=L_{21}$  et  $L_{22}$ . Ces coefficients ne se mesurent pas directement, mais indirectement via  $\sigma$ , la conductivité électrique,  $\kappa$  la conductivité thermique et  $\varepsilon$  le pouvoir thermoélectrique qui eux sont accessibles à l'expérience.

## **I.2.2 Effets galvanomagnétiques**

Ce sont les effets produits sur le courant en présence d'un champ magnétique. On suppose ici que la densité de porteurs dans le matériau semi-conducteur est uniforme ainsi que sa température. Le courant est donc de type conduction, les porteurs se déplaçant sous l'action de la force s'appliquant sur eux. Supposons que notre semi-conducteur soit dopé N, les porteurs sont donc les électrons (cette restriction n'enlève rien à la généralité de la démonstration). En présence seulement d'un champ électrique,  $E_e$ , la force s'appliquant sur les porteurs est la force électrostatique :

$$F_e = -q \cdot E_e$$

Lorsqu'un champ magnétique B est aussi présent, se rajoute au terme précédent la force de Lorentz. Les électrons sont alors soumis à la force de Laplace, somme de la force électrostatique et de la force de Lorentz :

$$F_L = -q \cdot E_e - q \cdot v \times B$$

où  $\times$  représente le produit vectoriel entre la vitesse de dérive des porteurs,  $v$ , et le vecteur B.

Sous l'action de cette force, les électrons sont accélérés et subissent alors de multiples collisions avec le réseau cristallin. D'un point de vue macroscopique, un équilibre s'établit entre l'énergie acquise par les porteurs via l'accélération due à  $F_L$  et l'énergie perdue lors des interactions avec le réseau cristallin. La vitesse moyenne de dérive des porteurs est alors proportionnelle à la force agissant sur eux :

$$v = \frac{\mu_n}{q} \cdot F_L = -\mu_n \cdot E_e - \mu_n \cdot v \times B$$

Le coefficient de proportionnalité est  $\mu_n/q$ ,  $\mu_n$  étant appelée la mobilité des porteurs (l'indice n est là pour indiquer que les porteurs sont des électrons).

N.B.: Si la force se réduit à la force électrostatique, on retrouve la relation bien connue :

$$v = -\mu_n \cdot E_e \Rightarrow J_n = -n \cdot q \cdot v = n \cdot q \cdot \mu_n \cdot E_e = \sigma_n \cdot E_e$$

où  $J$  est la densité de courant et  $\sigma_n$  représente la conductivité électrique isotherme dont nous avons parlé précédemment en discutant les effets thermoélectriques.

En présence d'un champ magnétique et d'un champ électrique, la densité de courant dans le matériau est donc :

$$J_n = -n \cdot q \cdot v = n \cdot q \cdot \mu_n \cdot E_e + \mu_n \cdot n \cdot q \cdot v \times B = \sigma_n \cdot E_e - \mu_n \cdot J_n \times B$$

On va maintenant résoudre cette équation pour exprimer  $J_n$  en fonction de  $E_e$  et  $B$  :

$$J_n = \sigma_n \cdot E_e - \mu_n \cdot J_n \times B \Rightarrow J_n \times B = \sigma_n \cdot E_e \times B - \mu_n \cdot (J_n \times B) \times B$$

Or,  $U, V$  et  $W$  étant des vecteurs, on a la relation suivante :

$$(U \times V) \times W = (U \cdot W) \cdot V - (V \cdot W) \cdot U$$

où le symbole " $\cdot$ " représente le produit scalaire.

Par conséquent :

$$J_n \times B = \sigma_n \cdot E_e \times B - \mu_n \cdot [(J_n \cdot B) \cdot B - B^2 \cdot J_n]$$

En reportant ce résultat dans l'égalité donnant  $J_n$  en fonction de  $E_e$  et  $J_n \times B$ , on a :

$$J_n = \sigma_n \cdot E_e - \mu_n \cdot [\sigma_n \cdot E_e \times B - \mu_n \cdot [(J_n \cdot B) \cdot B - B^2 \cdot J_n]]$$

$$(1 + \mu_n^2 B^2) \cdot J_n = \sigma_n \cdot E_e - \mu_n \cdot \sigma_n \cdot E_e \times B + \underbrace{\mu_n^2 \cdot (J_n \cdot B) \cdot B}_{\sigma_n \cdot (E_e \cdot B)}$$

On obtient ainsi la relation générale donnant la densité de courant en fonction du champ électrique et du champ magnétique :

$$J_n = \frac{\sigma_n \cdot E_e - \mu_n \cdot \sigma_n \cdot E_e \times B + \mu_n^2 \cdot \sigma_n \cdot (E_e \bullet B) \cdot B}{1 + \mu_n^2 B^2}$$

Cette relation montre que le courant n'est plus parallèle au champ électrique  $E_e$  appliqué. Il est donc dévié.



Nous verrons que l'on peut construire des capteurs magnétiques sur substrat CMOS (ou bipolaire) utilisant cette propriété de déviation des porteurs par le champ magnétique.

Inversement, la relation vectorielle donnant le champ électrique en fonction de la densité de courant et du champ magnétique présent est donnée par (se déduit de la première relation de la page précédente) :

$$E_e = \frac{J_n}{\sigma_n} + \frac{1}{q \cdot n} \cdot J_n \times B = E_{//} + E_{\perp}$$

Cette relation montre qu'en présence d'un champ magnétique, un champ électrique transverse  $E_{\perp}$ , c'est à dire perpendiculaire à la direction du courant, s'ajoute au champ électrique habituel parallèle à la direction du courant  $E_{//}$ .



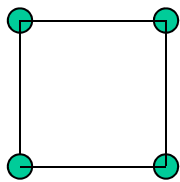
Ainsi, en imposant au courant de suivre un chemin prédéterminé et en mesurant le champ transverse, via la tension qu'il induit, on peut construire des capteurs magnétiques. Ce sont des capteurs dits à effet Hall.

Remarque : Lors de l'établissement des relations galvano-magnétiques (les deux relations précédentes), nous avons supposé que la vitesse de dérive des porteurs est identique pour tous les porteurs. En réalité, cette vitesse fluctue. Nous verrons comment prendre cet effet en compte lors du chapitre consacré aux capteurs magnétiques.

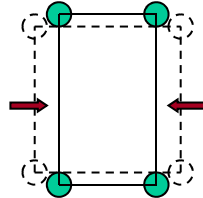
### I.2.3 Effets piezorésistifs

La piezorésistivité traduit la variation de résistivité du matériau en fonction de la contrainte existant au sein du matériau.

Lorsque l'on applique une contrainte à un matériau, celui-ci se déforme légèrement. Cette déformation modifie les positions relatives des atomes dans le réseau cristallin.



Matériau non contraint



Matériau après une contrainte de compression

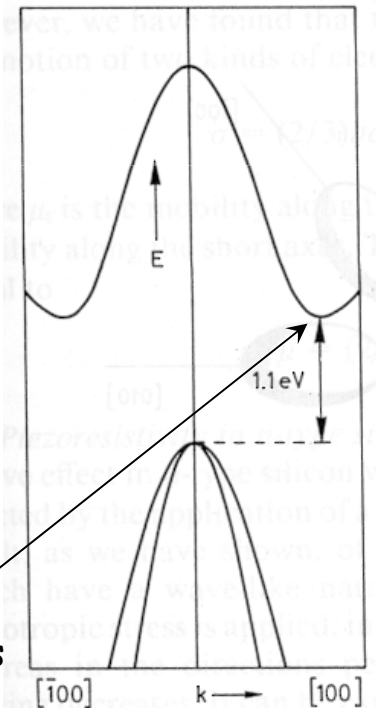
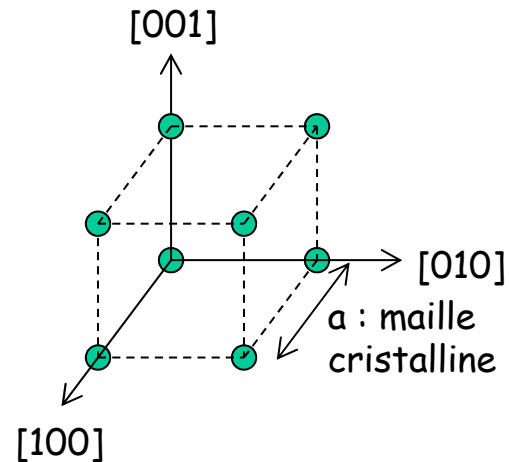
Le diagramme de bandes du matériau est alors modifié et cette modification entraîne une redistribution de la population des porteurs dans la bande de conduction (cas des électrons) ou dans la bande de valence (cas des trous). Cette redistribution conduit à une variation de la mobilité effective des porteurs qui dépend alors de la direction dans laquelle ils circulent !

### Rappels de physique du semi-conducteur silicium :

Un électron peut être vu comme une onde (ou plus exactement un paquet d'ondes) de vecteur d'onde  $k$ . Il peut aussi être vu comme une particule dont l'impulsion est :

$$p = \frac{h}{2\pi} \cdot k$$

Le diagramme des bandes du matériau fournit les états d'énergie possibles pour les électrons et les trous en fonction du vecteur d'onde. Pour le visualiser, on le représente pour des directions particulières du vecteur d'onde, c'est à dire pour des directions particulières de propagation de la particule. Dans le cas du silicium, il est intéressant de le visualiser dans la direction  $[100]$ , c'est à dire pour une propagation de l'électron ou du trou selon les axes principaux du cristal.



En effet c'est selon cette direction que l'on trouve le minimum d'énergie pour les électrons. Notons que ce minimum n'a pas lieu pour un vecteur d'onde nul, mais pour  $k_0 = 0,85 \cdot 2\pi/a$

Les électrons qui sautent par agitation thermique dans la bande de conduction se trouvent donc autour de ce minimum. L'énergie de l'électron mobile représenté par son paquet d'ondes de vecteur d'onde moyen  $k$ , proche de  $k_0$  est donnée par (on se restreint à un développement limité à l'ordre 2) :

$$E(k) = E(k_0) + \underbrace{\left(\frac{\partial E}{\partial k}\right)_{k_0}}_{=0} \cdot (k - k_0) + \underbrace{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 E}{\partial k^2}\right)_{k_0}} \cdot (k - k_0)^2$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 E}{\partial k_x^2}\right)_{k_0} (k_x - k_{0x})^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 E}{\partial k_y^2}\right)_{k_0} (k_y - k_{0y})^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 E}{\partial k_z^2}\right)_{k_0} (k_z - k_{0z})^2$$

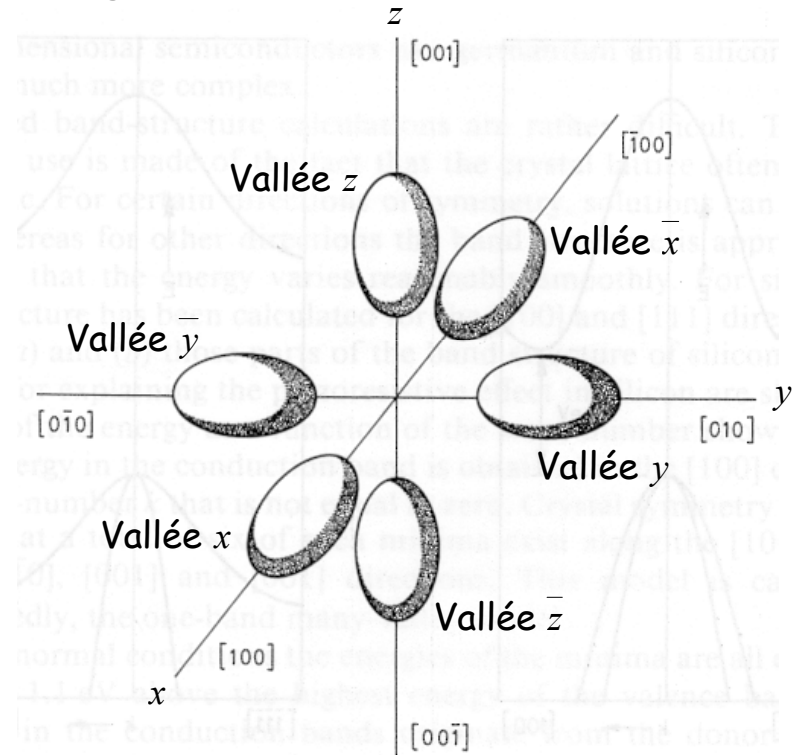
Les surfaces d'énergie constante  $E(k) = \text{cste}$  dans l'espace des  $k$  sont donc des ellipsoïdes données par :

$$\frac{(k_x - k_{0x})^2}{A_x} + \frac{(k_y - k_{0y})^2}{A_y} + \frac{(k_z - k_{0z})^2}{A_z} = 1$$

avec :  $A_x = \frac{E(k) - E(k_0)}{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 E}{\partial k_x^2}\right)_{k_0}}$  ,  $A_y = \frac{E(k) - E(k_0)}{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 E}{\partial k_y^2}\right)_{k_0}}$  ,  $A_z = \frac{E(k) - E(k_0)}{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 E}{\partial k_z^2}\right)_{k_0}}$

Dans le cas du silicium, on a :  $A_x \neq A_y = A_z$

et l'on obtient la représentation suivante pour les surface d'énergie constante :

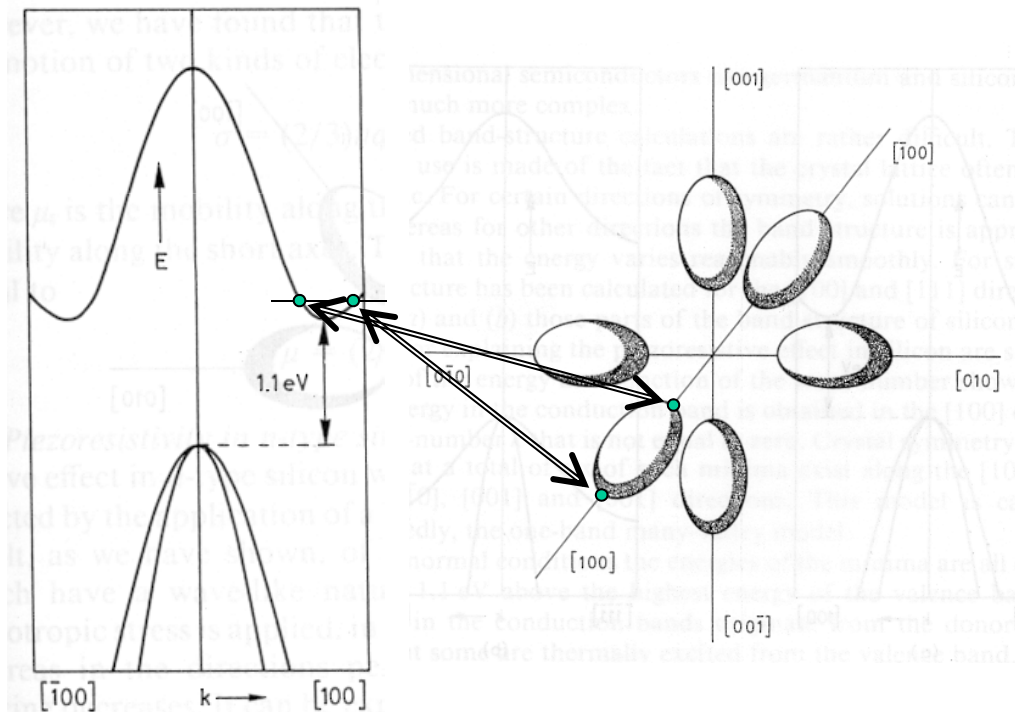


Les électrons de la bande de conduction se répartissent dans six vallées équivalentes.

La densité totale de porteurs  $n$  est alors la somme des densités de porteurs dans chacune des vallées :

$$n = n_x + n_x^- + n_y + n_y^- + n_z + n_z^-$$

La correspondance entre les deux représentations du diagramme des bandes est la suivante :

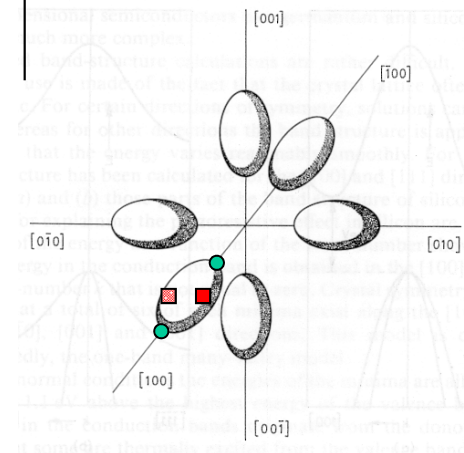


Une autre façon de représenter les choses est de tracer le diagramme des bandes autour du point  $k_0$  pour les trois directions  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$  :

$$E(k) \Big|_{\substack{k_x=k_{0x} \\ k_z=k_{0z}}} \equiv E(k) \Big|_{\substack{k_x=k_{0x} \\ k_y=k_{0y}}} \quad E(k) \Big|_{\substack{k_x=k_{0x} \\ k_z=k_{0z}}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 E}{\partial k_y^2} \right) \Big|_{k_0} (k_y - k_{0y})^2$$

$$E(k) \Big|_{\substack{k_y=k_{0y} \\ k_z=k_{0z}}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 E}{\partial k_x^2} \right) \Big|_{k_0} (k_x - k_{0x})^2$$

$\rightarrow k_i - k_{0i}, i = x \text{ ou } y \text{ ou } z$



Si maintenant un champ électrique externe est appliqué, par exemple dans la direction Ox, i.e. selon une des direction [100], les électrons vont être soumis à une force dans la même direction qui les accélère. Leur énergie va augmenter puisqu'ils acquièrent de l'énergie cinétique. Soit  $dE$  la quantité d'énergie cinétique acquise par un électron de la Vallée x, à l'instant où l'on regarde les choses, on a (puisque l'électron se déplace selon Ox) :

$$dE = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 E}{\partial k_x^2} \right)_{k_0} (k_x - k_{0_x})^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 E}{\partial k_x^2} \right)_{k_0} dk^2$$

Cette énergie acquise correspond à une variation  $dk$  du vecteur d'onde de l'électron. Or, d'après la dualité onde-corpuscule, on a une correspondance directe entre le vecteur d'onde de l'onde (ou plus exactement du paquet d'ondes) représentant l'électron et l'impulsion au sens corpusculaire classique de l'électron :

$$p = \frac{h}{2\pi} \cdot k$$

L'électron (au sens corpusculaire) a donc acquis une impulsion supplémentaire due à la force électrique de :

$$dp = \frac{h}{2\pi} \cdot dk$$

Cette impulsion  $dp$  correspond, au sens corpusculaire, à une énergie cinétique  $dE$  :

$$dE = \frac{(dp)^2}{2 \cdot m_{eff}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 E}{\partial k_x^2} \right)_{k_0} dk^2$$

Tout se passe donc comme si l'électron de la vallée x se déplaçant selon Ox avait une masse, dite masse effective, donnée par :

$$m_{eff} = \frac{(h/2\pi)^2}{\left( \frac{\partial^2 E}{\partial k_x^2} \right)_{k_0}} = m_l$$

En d'autres termes, la structure cristalline du matériau oblige l'électron à ne prendre que certains états d'énergie, lui conférant ainsi une certaine inertie au déplacement, c'est-à-dire une certaine masse.

Pour notre électron de la vallée x se déplaçant selon Ox, c'est-à-dire longitudinalement au grand axe de l'ellipsoïde d'énergie constante, nous appelons cette masse effective,  $m_l$ .

Si maintenant nous appliquons un champ électrique selon Oy, tout en regardant toujours un électron de la vallée x, un raisonnement identique nous conduit à une masse effective dite transversale,  $m_t$  :

$$m_t = \frac{(h/2\pi)^2}{\left(\frac{\partial^2 E}{\partial k_y^2}\right)_{k_0}} \neq m_l$$

L'électron de la vallée x n'a donc pas la même masse selon qu'il se déplace selon Ox ou Oy !!

Il est évident d'après le diagramme des ellipsoïdes d'énergie constante que la masse d'un électron de la vallée x se déplaçant selon Oz est la même que celle qu'il a lorsqu'il se déplace selon Oy,  $m_t$ .

Les ellipsoïdes des différentes vallées étant identiques, à une température donnée, elles sont remplies par la même densité de porteurs :

$$n_x = n_x^- = n_y = n_y^- = n_z = n_z^-$$

D'autre part, il est évident que les porteurs de la vallée x ou de la vallée  $x^-$  se comportent de la même manière.

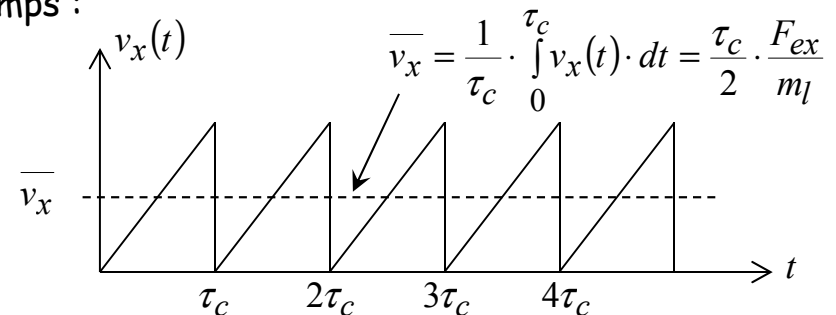
Notons  $n_{xx} = n_x + n_x^- = 2 \cdot n_x$ ,  $n_{yy} = 2 \cdot n_y$  et  $n_{zz} = 2 \cdot n_z$ .

$$\text{Nous avons } n_{xx} = \frac{1}{3} \cdot n = n_{yy} = n_{zz}$$

Regardons toujours un électron de la vallée x et supposons qu'un champ électrique selon Ox est appliqué. Sous l'action de la force électrique,  $F_{ex}$ , l'électron (vu sous son aspect corpusculaire) va être accéléré uniformément selon la loi :

$$m_l \cdot \frac{dv_x}{dt} = F_{ex} \Rightarrow v_x(t) = \frac{F_{ex}}{m_l} \cdot t$$

où l'on a supposé qu'initialement, l'électron était au repos. Cet électron ne va pas voir sa vitesse croître indéfiniment. Il va nécessairement subir des collisions avec les atomes, les ions et les autres électrons mobiles du réseau cristallin. Globalement, tout se passe donc comme si la vitesse de ce dernier évoluait de la manière suivante dans le temps :



Dans ce modèle simple, nous avons supposé que le temps entre deux collisions  $\tau_c$  était toujours le même. Ce n'est évidemment pas le cas pour un seul électron, mais si l'on considère l'ensemble des électrons et que l'on moyenne, le modèle est tout fait valable. En d'autres termes, notre modèle est statistiquement bon.

Nous noterons par la suite  $v_x$  la vitesse moyenne au lieu de  $\overline{v_x}$ .

Nous voyons donc que la vitesse moyenne de dérive des porteurs est proportionnelle à la force appliquée, et que le coefficient de proportionnalité varie à l'inverse de la masse effective de l'électron. On définit alors la mobilité de l'électron de la vallée x se déplaçant selon Ox par :

$$v_x = \frac{\mu_l}{q} \cdot F_{ex} \Rightarrow \mu_l = q \cdot \frac{\tau_c}{2} \cdot \frac{1}{m_l}$$

De même, la mobilité des électrons des vallées y ou z se déplaçant selon Ox, i.e. transversalement à l'axe principal de l'ellipsoïde auquel ils appartiennent, est :

$$\mu_t = q \cdot \frac{\tau_c}{2} \cdot \frac{1}{m_t}$$

Pour calculer la densité totale de courant selon Ox, il faut tenir compte des électrons dans chacune des vallées. Ainsi, la densité totale de courant est la somme des courants liés aux électrons des vallées x, y et z :

$$j = j_{xx} + j_{yy} + j_{zz} \text{ avec } \begin{cases} j_{xx} = -n_{xx} \cdot q \cdot v_x = -\frac{n}{3} \cdot q \cdot \frac{\mu_l}{q} \cdot F_{ex} \\ j_{yy} = -n_{yy} \cdot q \cdot v_x = -\frac{n}{3} \cdot q \cdot \frac{\mu_t}{q} \cdot F_{ex} \\ j_{zz} = -n_{zz} \cdot q \cdot v_x = -\frac{n}{3} \cdot q \cdot \frac{\mu_t}{q} \cdot F_{ex} \end{cases}$$

En remarquant que  $F_{ex} = -q \cdot E_x$ , on a :

$$j = n \cdot q \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot \mu_l + \frac{2}{3} \cdot \mu_t \right) \cdot E_{ex}$$

En menant le même raisonnement pour un champ électrique appliqué cette fois selon Oy, on obtiendrait :

$$j = n \cdot q \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot \mu_l + \frac{2}{3} \cdot \mu_t \right) \cdot E_{ey}$$

De même en appliquant le champ selon Oz.

Bien que plus complexe, le calcul de la densité de courant  $j$  en supposant un champ électrique dans une direction quelconque donnerait encore la même chose.

Par conséquent, le rapport existant entre la densité de courant et le champ électrique appliqué (ou plus exactement la force externe appliquée) est indépendant de la direction du champ (ou du courant), bien que ce ne soit pas le cas pour les densités de courant provenant de chaque vallée ! Ce rapport est donc un scalaire que l'on appelle la conductivité du matériau :

$$\sigma_n = n \cdot q \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot \mu_l + \frac{2}{3} \cdot \mu_t \right)$$

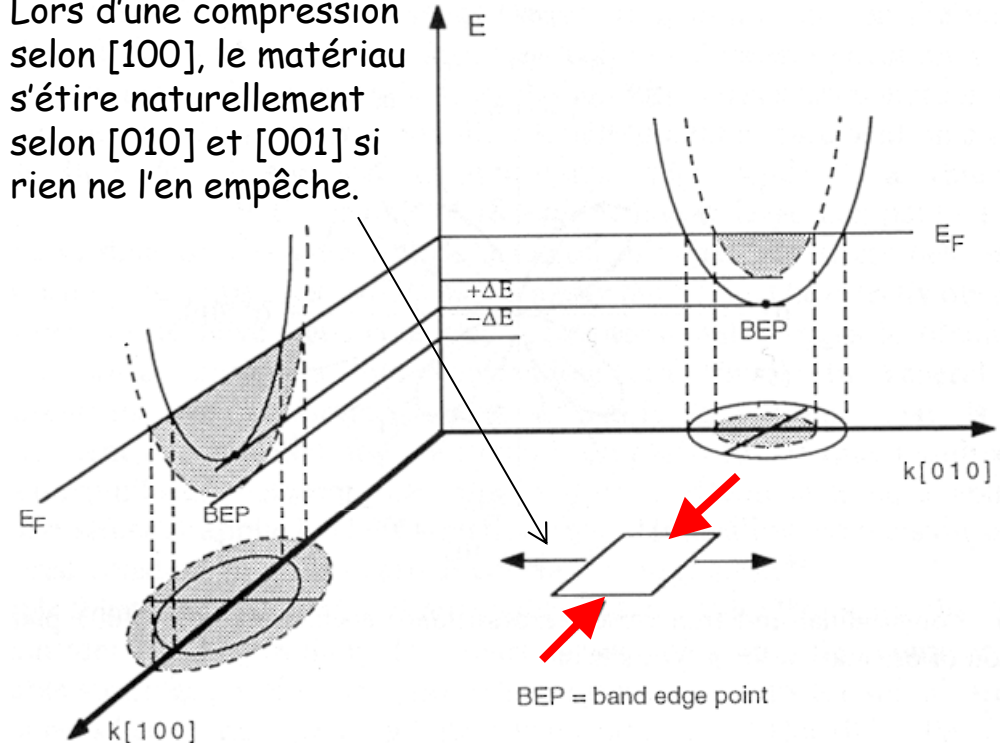
➡ Le silicium est un matériau isotrope.

Ce résultat provient du fait que les six ellipsoïdes d'énergie sont symétriquement positionnés. Cette symétrie vient de la symétrie existant au sein du réseau cristallin qui est cubique à face centrée pour le silicium.

### Piezorésistivité du silicium de type N :

Lorsqu'une contrainte mécanique est appliquée, la symétrie précédente est brisée. Par exemple, si l'on applique une contrainte de compression selon la direction [100], entraînant un rétrécissement de la maille cristalline selon [100] et son élongation selon [010] et [001], la situation suivante prévaut :

Lors d'une compression selon [100], le matériau s'étire naturellement selon [010] et [001] si rien ne l'en empêche.



Le minimum d'énergie de l'ellipsoïde alignée selon [100] diminue, alors que celui des ellipsoïdes alignées selon [010] et [001] augmente. Par conséquent, une redistribution des électrons entre les six vallées a lieu, les deux ellipsoïdes alignées selon [100] contenant plus d'électrons que les quatre autres.

Soit  $\Delta l$  l'augmentation relative du nombre d'électrons dans les deux vallées alignées selon [100] et  $\Delta t$  la diminution du nombre d'électrons dans les quatre autres vallées. La conductivité longitudinale, i.e. pour un courant circulant selon [100] (axe Ox) vaut :

$$\sigma_{l_n} = n \cdot q \cdot \left[ \left( \frac{1}{3} + \Delta l \right) \cdot \mu_l + \left( \frac{2}{3} - 2\Delta t \right) \cdot \mu_t \right] = \sigma_n + nq \cdot (\Delta l \cdot \mu_l - \Delta t \cdot \mu_t)$$

Il se trouve que :  $\Delta l \cdot \mu_l - 2\Delta t \cdot \mu_t < 0$

Par conséquent, sous l'action d'une compression uniaxiale selon un des axes principaux du cristal, la résistivité du silicium de type N pour un courant circulant selon ce même axe augmente.

Pour sa part, la conductivité transversale, i.e. pour un courant circulant selon la direction [010] (axe Oy) ou selon [001] (axe Oz), sera :

$$\begin{aligned} \sigma_{t_n} &= n \cdot q \cdot \left[ \left( \frac{1}{3} + \Delta l \right) \cdot \mu_t + \left( \frac{1}{3} - \Delta t \right) \cdot \mu_t + \left( \frac{1}{3} - \Delta t \right) \cdot \mu_l \right] \\ &= \sigma_n + n \cdot q \cdot [(\Delta l - \Delta t) \cdot \mu_t - \Delta t \cdot \mu_l] \end{aligned}$$

Il se trouve que :  $(\Delta l - \Delta t) \cdot \mu_t - \Delta t \cdot \mu_l > 0$

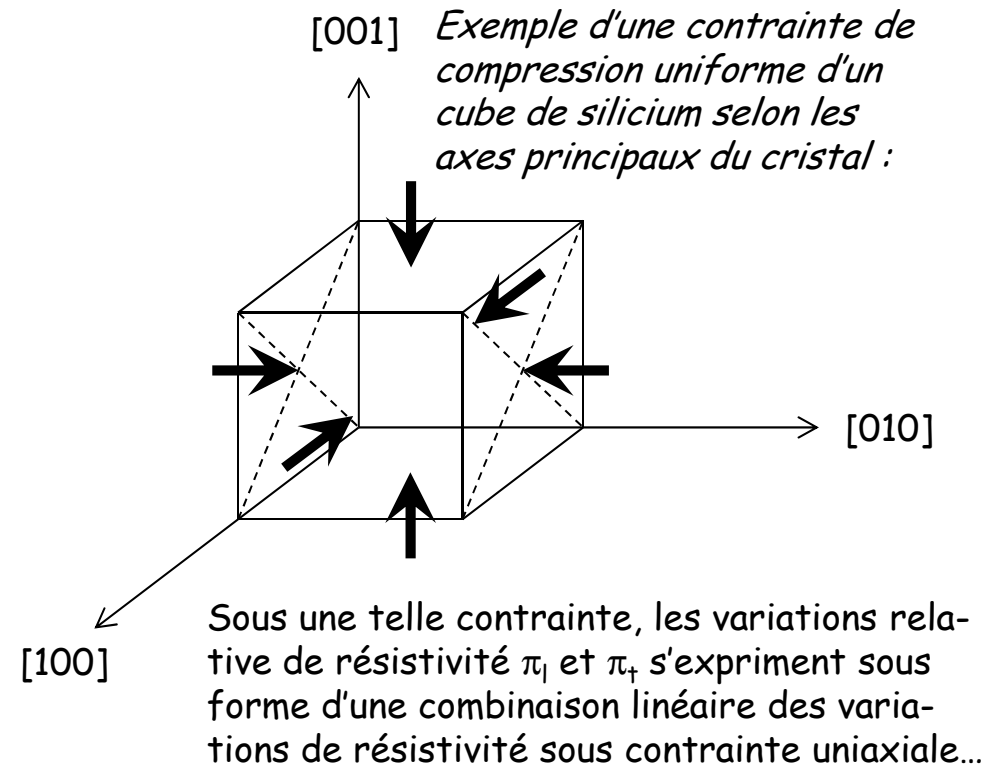
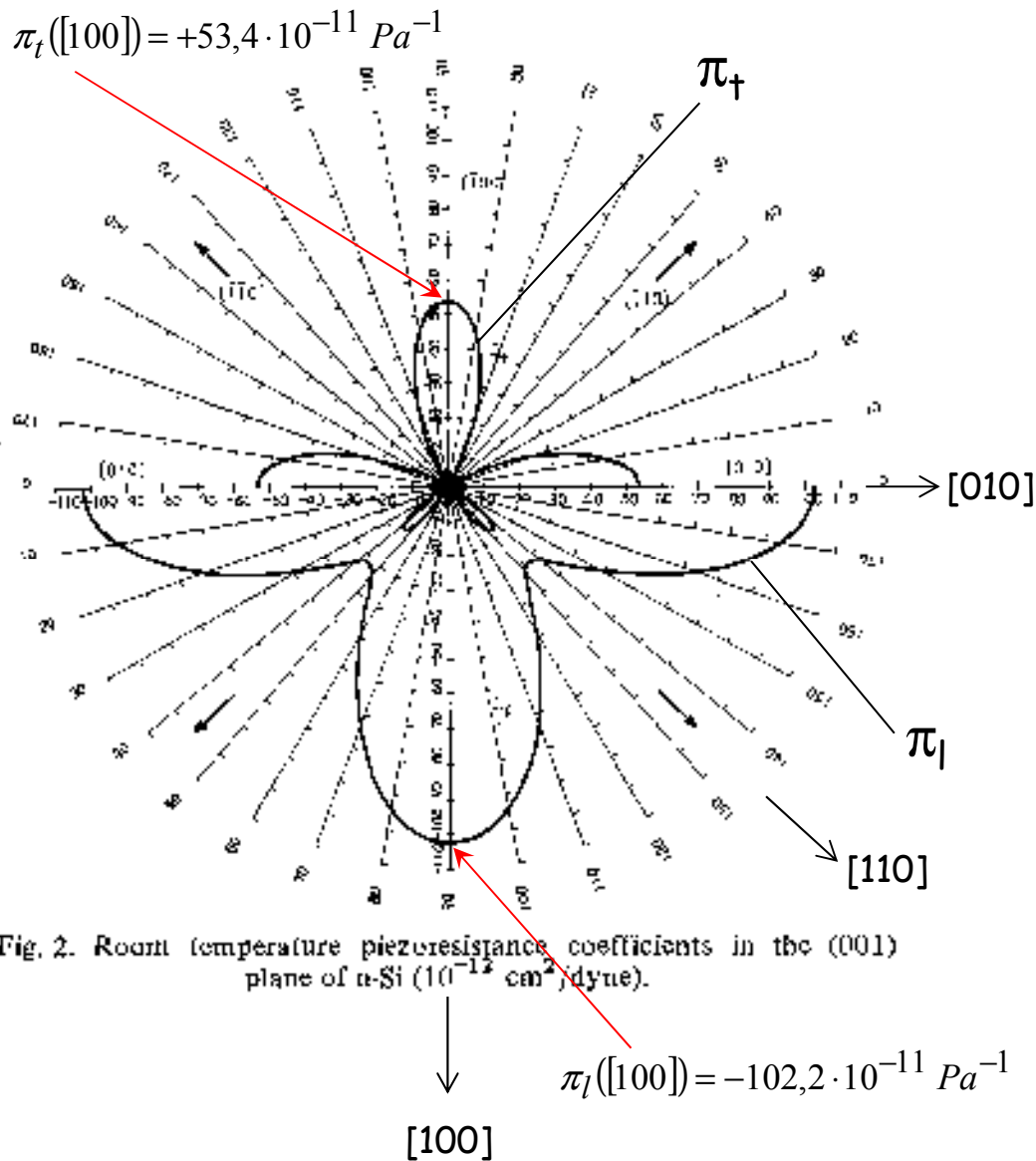
Par conséquent, sous l'action d'une compression uniaxiale selon un des axes principaux du cristal, la résistivité du silicium de type N pour un courant circulant perpendiculairement à l'axe de compression et dans le plan formé par cet axe et l'axe du courant, diminue.

De manière générale, la variation longitudinale de résistivité, notée  $\pi_l$  et celle transversale, notée  $\pi_t$ , dépendent de la direction d'application de la contrainte uniaxiale. Elle s'exprime en  $\text{Pa}^{-1}$  (ou  $\text{cm}^2/\text{dyne}$  :  $1 \text{ cm}^2/\text{dyne} = 10 \text{ Pa}^{-1}$ ). Pour le silicium de type N de résistivité nominale  $\rho_0 = 11,7 \Omega\text{-cm}$ , i.e.  $N_D = 4 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ , on obtient la représentation graphique suivante (c.f. page suivante).

N.B.: Par convention, la contrainte est comptée positivement pour un étirement et négativement pour une compression. Le coefficient  $\pi_l$  est donc négatif,  $\pi_t$  étant pour sa part positif.

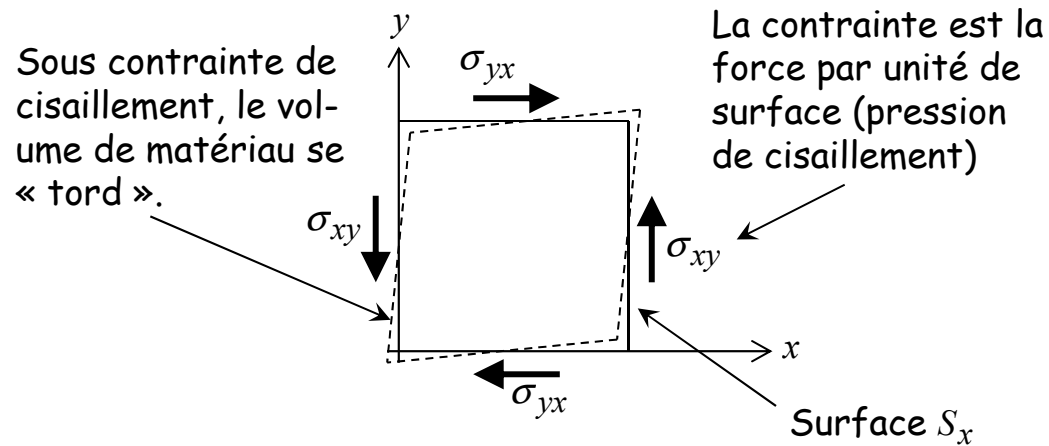
### Tenseur de contraintes :

Pour l'instant, nous n'avons évoqué que des contraintes très simples, à savoir la compression uniaxiale ou l'étirement uniaxial. On peut maintenant imaginer appliquer ce type de contraintes simultanément selon les trois axes, on a alors une compression (ou étirement) uniforme :



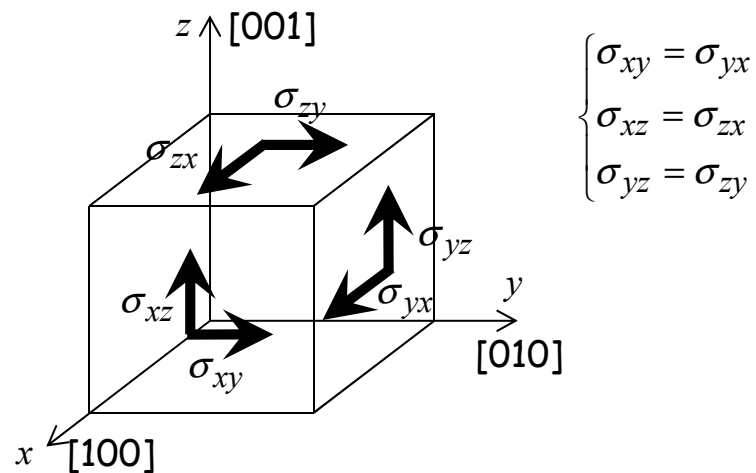
Ces contraintes uniaxiales (ou combinaison de contraintes uniaxiales) ne permettent pas de décrire l'ensemble des contraintes susceptibles d'affecter un matériau. Il faut ajouter la contrainte dite de cisaillement.

En se restreignant à un schéma 2D, la contrainte de cisaillement se visualise ainsi :

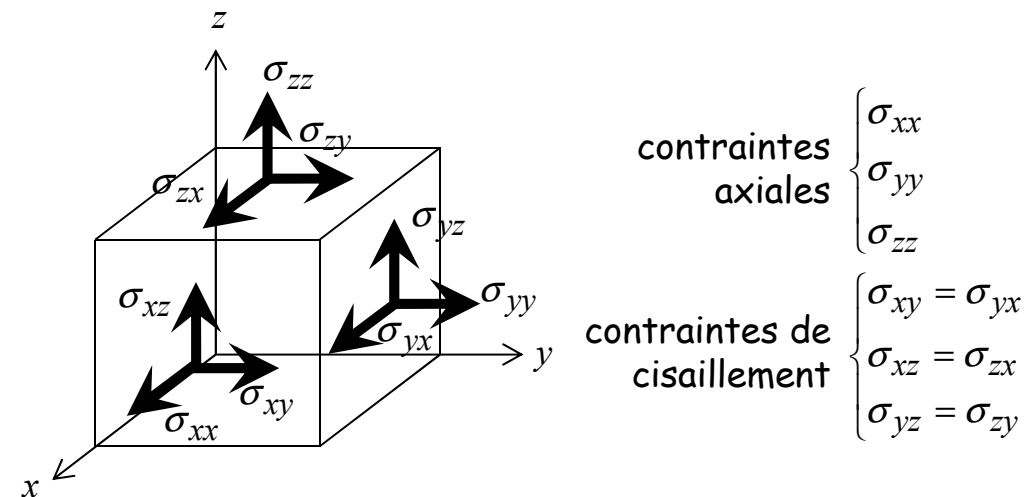


L'équilibre du système implique que :  $\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$

Dans l'espace à trois dimensions, il y a donc 3 contraintes de cisaillement indépendantes  $\sigma_{xy}$ ,  $\sigma_{xz}$  et  $\sigma_{yz}$  :



Par conséquent, l'état de contrainte d'un volume de matériau se caractérise par 9 grandeurs dont 6 sont indépendantes, 3 contraintes axiales, c'est-à-dire alignées selon les axes du repère, et 3 contraintes de cisaillement :

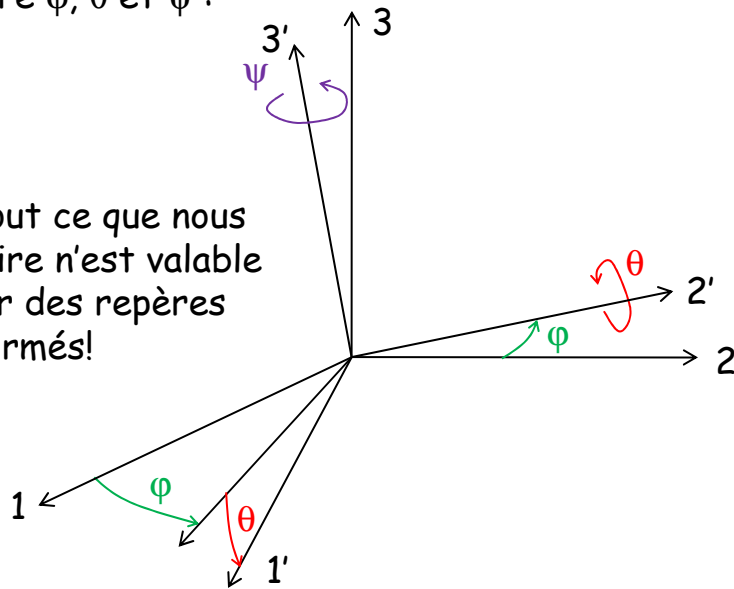


En mécanique du solide, on décompose le solide macroscopique en petits cubes élémentaires de matériaux, similaires à celui dessiné ci-dessus, où l'on peut considérer que les contraintes s'appliquant sur le petit cube sont uniformes. L'état de contrainte en un point du matériau est alors celui du petit cube élémentaire représentant ce point. L'état de contrainte peut donc varier continuellement d'un point à l'autre dans le volume du solide.

**Remarque :** L'état de contraintes (les six contraintes indépendantes) en un point est défini par rapport au repère choisi. Lorsque l'on change de repère, les composantes se transforment selon la loi caractéristique de changement de base des tenseurs. (c.f. cours de base sur le calcul tensoriel) :

Il est inutile de considérer un nouveau repère issu d'une translation du repère initial car il est évident qu'une translation ne change en rien l'expression de l'état de contrainte en un point. Le nouveau repère  $R'$  (coordonnées  $x'_1, x'_2, x'_3$ ) se déduit du repère initial  $R$  (coordonnées  $x_1, x_2, x_3$ ) par une rotation autour de son centre  $O$ . Il est judicieux de décomposer cette rotation par une suite de 3 rotations selon les 3 angles d'Euler, dans l'ordre  $\varphi, \theta$  et  $\psi$  :

**N.B.:** Tout ce que nous allons dire n'est valable que pour des repères orthonormés!



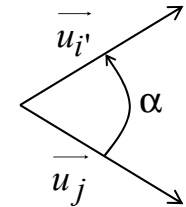
→ Tenseur d'ordre 1  $\equiv$  identifiable à un vecteur :

$$U_R = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} \Rightarrow u_{i'} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial x_{i'}}{\partial x_j} \cdot u_j = \frac{\partial x_{i'}}{\partial x_j} \cdot u_j$$

**Notation compact :** dès que deux indices sont répétés deux fois dans le membre de droite, on fait une sommation sur les trois valeurs de cette indice.

Le terme  $\frac{\partial x_{i'}}{\partial x_j}$  représente le cosinus directeur du vecteur

unitaire  $\vec{u}_{i'}$ , c'est à dire le cosinus de l'angle  $\alpha$  entre les deux vecteurs unitaires  $\vec{u}_{i'}$  et  $\vec{u}_j$ .



Pour calculer la matrice  $M$  permettant de passer de  $R$  à  $R'$ , on calcule d'abord la matrice  $M_\theta$  permettant de passer de  $R$  au repère  $R_\varphi$  par une rotation de  $\varphi$  autour de l'axe 3, puis la matrice  $M_\theta$  permettant de passer de  $R_\varphi$  à  $R_\theta$  par une rotation de  $\theta$  autour de l'axe 2, et finalement la matrice  $M_\psi$  permettant de passer de  $R_\theta$  à  $R'$  par une rotation de  $\psi$  autour de l'axe 3.

Finalement :

$$M = M_{\psi} \cdot M_{\theta} \cdot M_{\varphi} = \begin{pmatrix} c_{\theta}c_{\varphi}c_{\psi} - s_{\theta}s_{\psi} & c_{\theta}s_{\varphi}c_{\psi} + c_{\theta}s_{\psi} & -s_{\theta}c_{\psi} \\ -c_{\theta}c_{\varphi}s_{\psi} - s_{\theta}c_{\psi} & -c_{\theta}c_{\varphi}s_{\psi} + c_{\theta}c_{\psi} & s_{\theta}s_{\psi} \\ s_{\theta}c_{\varphi} & s_{\theta}s_{\varphi} & c_{\theta} \end{pmatrix}$$

où :  $c_{\theta} = \cos(\theta)$ ,  $c_{\varphi} = \cos(\varphi)$  et  $c_{\psi} = \cos(\psi)$ .

→ Tenseur d'ordre 2  $\cong$  identifiable à une application linéaire :

$$\sigma_{ij'} = \frac{\partial x_{i'}}{\partial x_p} \cdot \frac{\partial x_{j'}}{\partial x_q} \cdot \sigma_{pq}$$

→ Tenseur d'ordre 4 = Forme 4-linéaire :

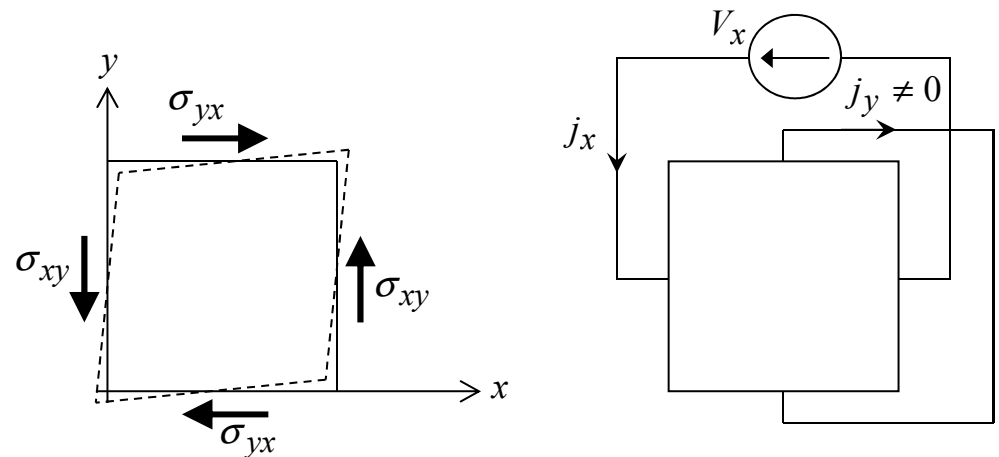
$$\pi_{ijkl'} = \frac{\partial x_{i'}}{\partial x_m} \cdot \frac{\partial x_{j'}}{\partial x_n} \cdot \frac{\partial x_{k'}}{\partial x_p} \cdot \frac{\partial x_{l'}}{\partial x_q} \cdot \pi_{mnpq}$$

Les calculs deviennent très vite fastidieux → en général on trouve des tables donnant les matrices de changement de bases pour les principaux axes cristallographiques intéressants.

### Piezorésistivité du silicium de type N (suite) :

Que se passe-t-il si l'on applique une contrainte de cisaillement pure  $\sigma_{xy}$  à un cristal de silicium dopé N, les axes Ox, Oy et Oz correspondant aux axes principaux du cristal ?

D'autre part, lors de l'expérience, on maintient un champ électrique  $E_{ex} \neq 0$  selon Ox et l'on impose un champ  $E_{ey}$  nul selon Oy.



Le courant  $j_x$  est modifié, ce qui signifie qu'il existe un effet piézorésistif selon la direction Ox. On pouvait s'en douter. En revanche, on mesure aussi un courant  $j_y \neq 0$  !! Il existe donc un courant perpendiculaire au champ électrique appliqué.

En effet, sous une telle contrainte de cisaillement, la maille cristalline du silicium se « tord ». Le matériau n'est plus parfaitement cubique à face centrée et les ellipsoïdes d'énergie constante se « tordent » aussi. Elles ne sont plus invariantes par révolution autour de leur grand axe. En d'autres termes, ce ne sont plus des ellipsoïdes et un courant perpendiculaire au champ électrique appliqué peut prendre naissance (c.f. cours pour l'interprétation microscopique associée).

Ainsi, sous l'effet d'une contrainte quelconque incluant notamment du cisaillement, le silicium n'est plus isotrope. Le champ électrique n'est plus colinéaire à la densité de courant. Les deux vecteurs sont alors liés par le tenseur de résistivité :

$$\begin{pmatrix} E_{ex} \\ E_{ey} \\ E_{ez} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} & \rho_{xz} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} & \rho_{yz} \\ \rho_{zx} & \rho_{zy} & \rho_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix}$$

La structure cubique à face centrée du silicium permet de réduire le nombre de paramètres du tenseur de résistivité à 6 paramètres indépendants. Comme pour le tenseur des contraintes, ce tenseur est symétrique. Nous avons donc :

$$\begin{pmatrix} E_{ex} \\ E_{ey} \\ E_{ez} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} & \rho_{xz} \\ \rho_{xy} & \rho_{yy} & \rho_{yz} \\ \rho_{xz} & \rho_{yz} & \rho_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix}$$

En l'absence de contrainte, le tenseur de résistivité est donné par :

$$\begin{pmatrix} E_{ex} \\ E_{ey} \\ E_{ez} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix} = \rho_0 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix}$$

Sous contrainte, ce tenseur s'écrit :

$$\begin{pmatrix} E_{ex} \\ E_{ey} \\ E_{ez} \end{pmatrix} = \rho_0 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\Delta\rho_{xx}}{\rho_0} & \frac{\Delta\rho_{xy}}{\rho_0} & \frac{\Delta\rho_{xz}}{\rho_0} \\ \frac{\Delta\rho_{xy}}{\rho_0} & \frac{\Delta\rho_{yy}}{\rho_0} & \frac{\Delta\rho_{yz}}{\rho_0} \\ \frac{\Delta\rho_{xz}}{\rho_0} & \frac{\Delta\rho_{yz}}{\rho_0} & \frac{\Delta\rho_{zz}}{\rho_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix}$$

Le tenseur de variation relative de résistivité est lié au tenseur des contraintes par un nouveau tenseur, cette fois d'ordre 4, donc possédant  $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$  paramètres! Mais là encore, en raison de la structure cubique à face centrée du silicium, le nombre de paramètres indépendants est beaucoup plus faible, il se réduit à trois. Si l'on exprime la relation liant le tenseur de variation de la résistivité à celui des contraintes dans un repère lié aux axes principaux du cristal, on a :

$$\frac{1}{\rho_0} \begin{pmatrix} \Delta\rho_{xx} \\ \Delta\rho_{yy} \\ \Delta\rho_{zz} \\ \Delta\rho_{xy} \\ \Delta\rho_{xz} \\ \Delta\rho_{yz} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{11} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{12} & \pi_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{44} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix}$$

avec pour du silicium de type N de résistivité nominale  $\rho_0 = 11,7 \Omega\text{-cm}$  :

$$\pi_{11} = -102,2 \quad ; \quad \pi_{12} = 53,4 \quad ; \quad \pi_{44} = -13,6 \quad \left(10^{-11} Pa^{-1}\right)$$

**N.B.:**  $\pi_{11}$  et  $\pi_{12}$  représentent respectivement le  $\pi_i$  et le  $\pi_+$  pour une contrainte uniaxiale d'étirement selon l'un des axes principaux du cristal.

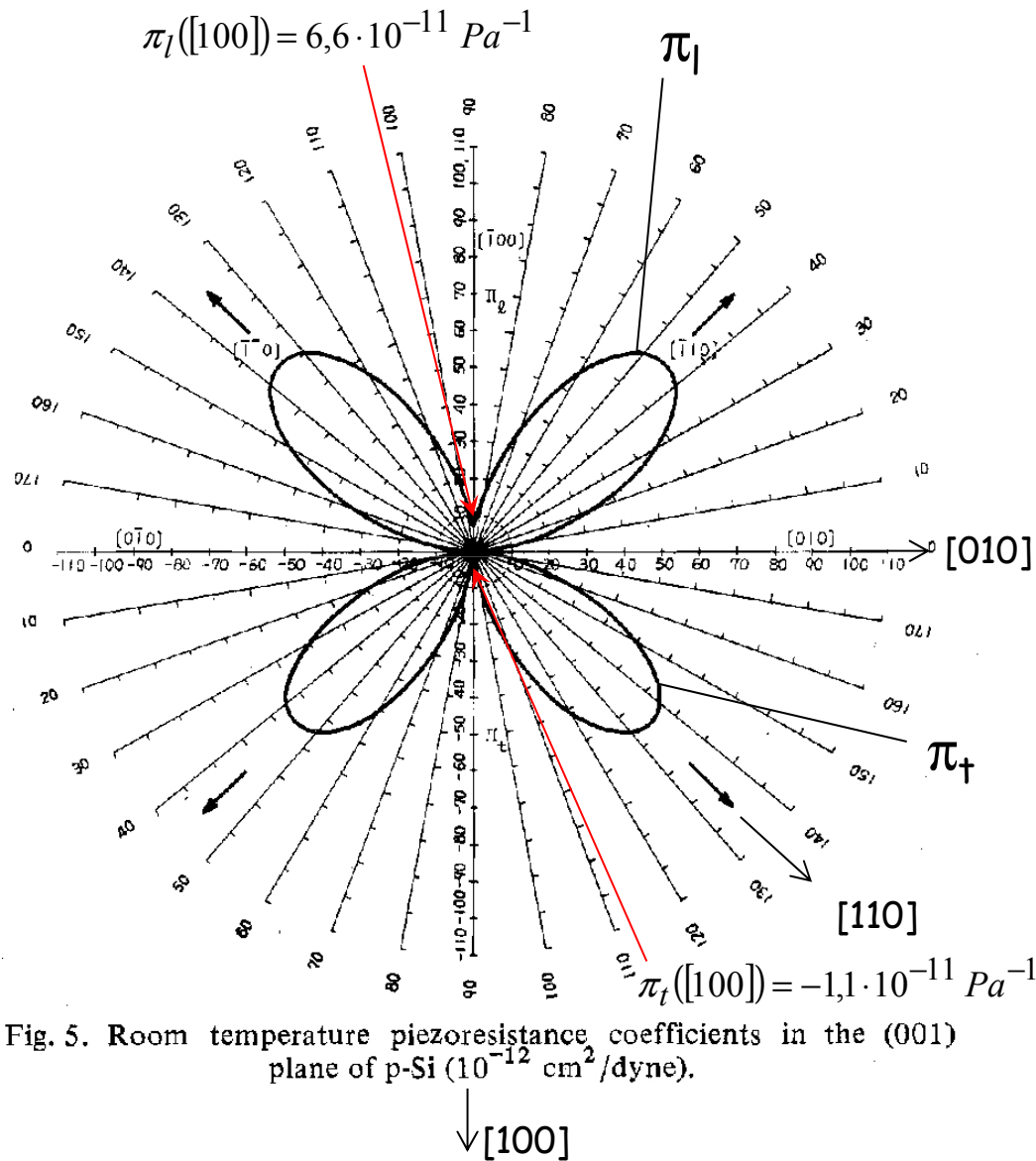
### Piezorésistivité du silicium de type P :

Le silicium de type P présente aussi un fort caractère piezorésistif. La structure de la bande de valence est très différente de celle de la bande de conduction. Pour les trous, le maximum de la bande de valence se trouve en  $k=0$ . Plus exactement, à  $k=0$ , la bande est dégénérée, il y a en réalité deux bandes associées à deux surfaces (ou patatoïdes) d'énergie constante dont les courbures diffèrent en fonction de la direction selon laquelle on regarde. Il y a donc des trous dits légers (de faible masse effective, i.e. de grande mobilité) et des trous dits lourds (de forte masse effective).

En l'absence de contrainte, la mobilité effective reste isotrope. En revanche, en présence d'une contrainte, la dégénérescence de la bande de valence en  $k=0$  est levée, i.e. qu'il y a maintenant deux bandes distinctes. La bande des trous légers est décalée vers les bas entraînant une redistribution des trous entre les deux « patatoïdes » d'énergie constante, de la même manière qu'il y avait une redistribution des électrons parmi les différentes vallées.

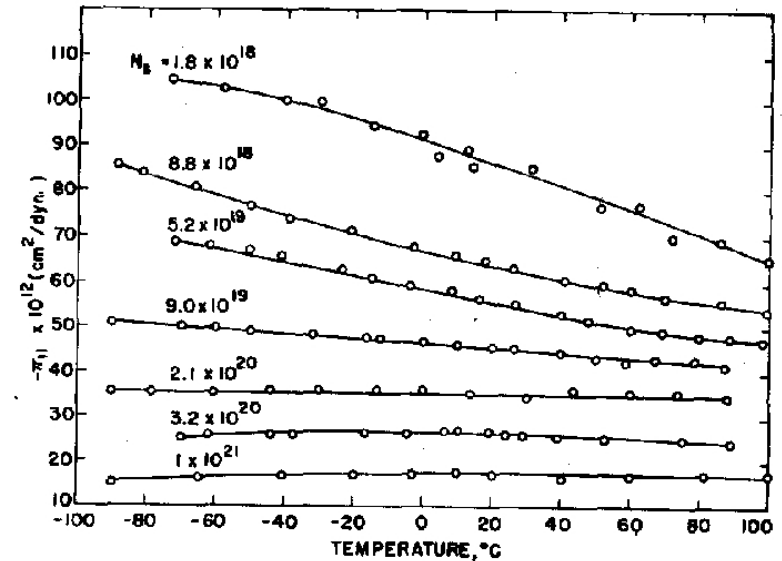
Le tenseur des variations de résistivité s'exprime évidemment de la même manière que précédemment (la structure cristalline du silicium ne dépend pas de son dopage) et l'on a pour du silicium de type P de résistivité nominale  $\rho_0 = 7,8 \Omega\text{-cm}$  ( $N_A = 1,8 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ):

$$\pi_{11} = 6,6 \quad ; \quad \pi_{12} = -1,1 \quad ; \quad \pi_{44} = 138,1 \quad \left(10^{-11} \cdot Pa^{-1}\right)$$



### Influence de la température et du dopage sur la piezorésistivité :

De manière générale, la piezorésistivité décroît lorsque la température augmente. D'autre part, comme elle est liée à une variation relative du nombre de porteurs au sein des volumes délimités par les différentes surface d'énergie constante, elle est d'autant plus faible que la densité en porteur est élevée.



Il est préférable d'utiliser des couches peu dopées.  
Les capteurs piezorésistifs nécessitent généralement des circuits de compensation en température.



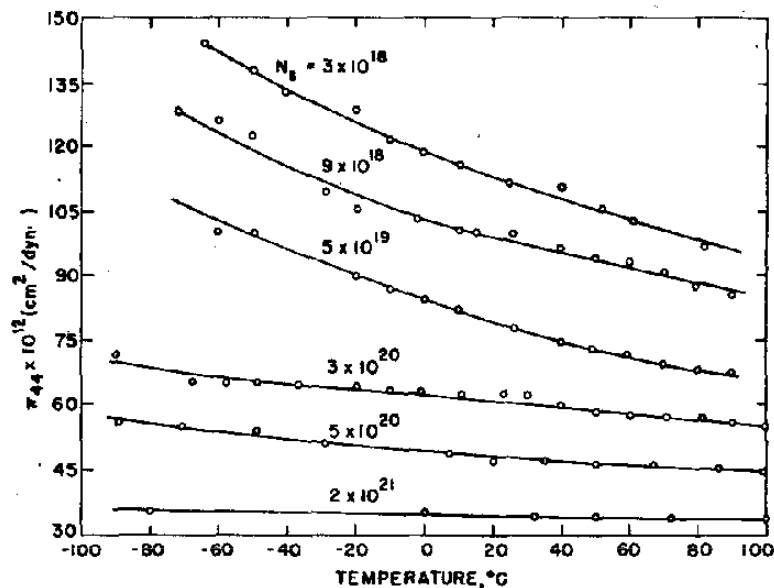


FIG. 6. Variation of the coefficient  $\pi_{44}$  in  $p$ -type layers with temperature and surface concentration. The approximation that  $\pi_{44} = \frac{2}{3}\pi_l [111]$  has been made in these results.

### Application de la piezorésistivité :

Grâce aux technologies de gravure profonde du silicium (micro-usinage, micro-machining), on sait libérer des structure mécanique au sein d'une puce. Par exemple, on sait libérer des membranes. En implantant des résistances sur la membrane, on peut alors faire un capteur de pression. De même, on sait libérer de petits leviers mécanique. En suspendant une petite masse (de silicium) en bout de ces leviers, on réalise des capteurs d'accélération.

Des micro-capteurs de flux ont aussi été proposés. En utilisant un bras en suspension réalisé par micro-usinage pour mesurer l'effet de la force de Lorentz dû à un champ magnétique externe sur un courant circulant dans le bras, des micro-capteurs magnétiques ont aussi été proposés,...

Remarque : Grâce à la piezorésistivité, on réalise donc des capteurs mécaniques, i.e. des capteurs utilisant un effet mécanique sur une structure mobile ou plutôt déformable. Il faut donc être capable de lier la déformation produite par la grandeur à mesurer (par exemple une pression ou une force) à l'effet qu'elle produit, c'est-à-dire à la contrainte qu'elle engendre dans le matériau. La loi reliant la déformation du matériau (décrite aussi par un tenseur, le tenseur des déformations) au tenseur des contraintes est la loi d'élasticité du matériau ou loi de Hooke.

Ainsi, grâce à cette loi, on calcule la déformation de la structure mécanique due à la grandeur à mesurer, puis l'état de contrainte en tout point de la structure. Il suffit alors de déterminer l'endroit où l'état de contrainte et maximum pour y placer les piezorésistances qui serviront à détecter et mesurer la grandeur physique.

### I.2.3 Effets photoélectriques

Ce sont tous les effets liés à l'interaction des photons avec le semi-conducteur.

#### I.2.3.1 Radiations électromagnétiques:

On distingue 7 grandes classes de radiations électromagnétiques, ondes radios, micro-ondes, infra-rouge, visible, ultraviolet, rayons X et rayons  $\gamma$ .

##### A) Ondes radio / micro-ondes

Ondes dues aux déplacements des électrons de conduction (courant) dans les antennes (conducteurs).

N.B.: Ce sont aussi les mêmes antennes qui servent à capter ces radiations

##### B) IR/visible/ultraviolet

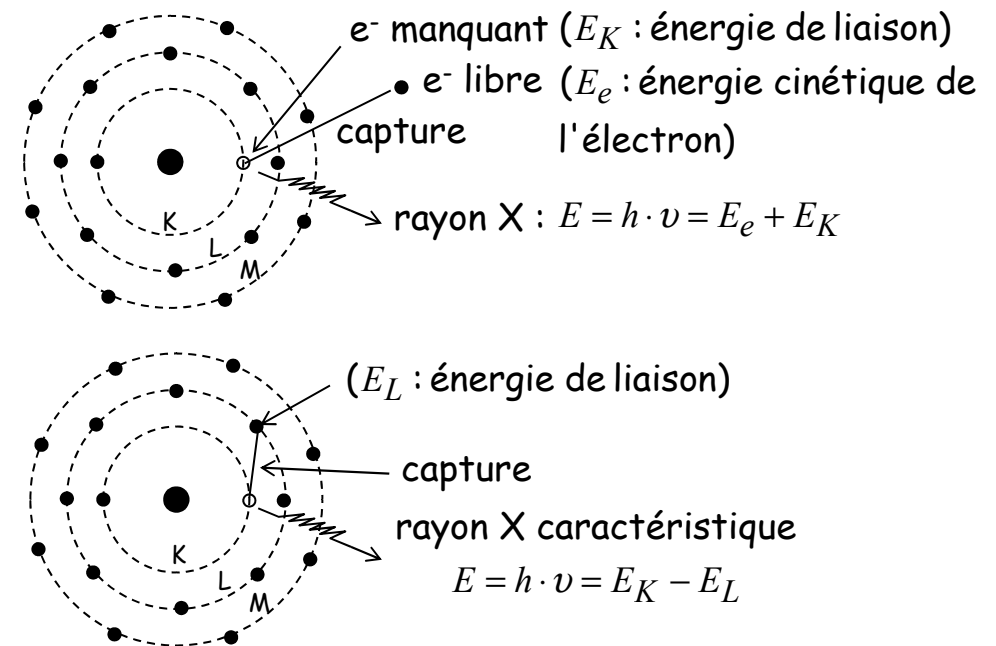
Ce sont des radiations dues aux photons émis lors de la recombinaison d'un électron libre avec un atome ionisé, ayant perdu un électron de valence.

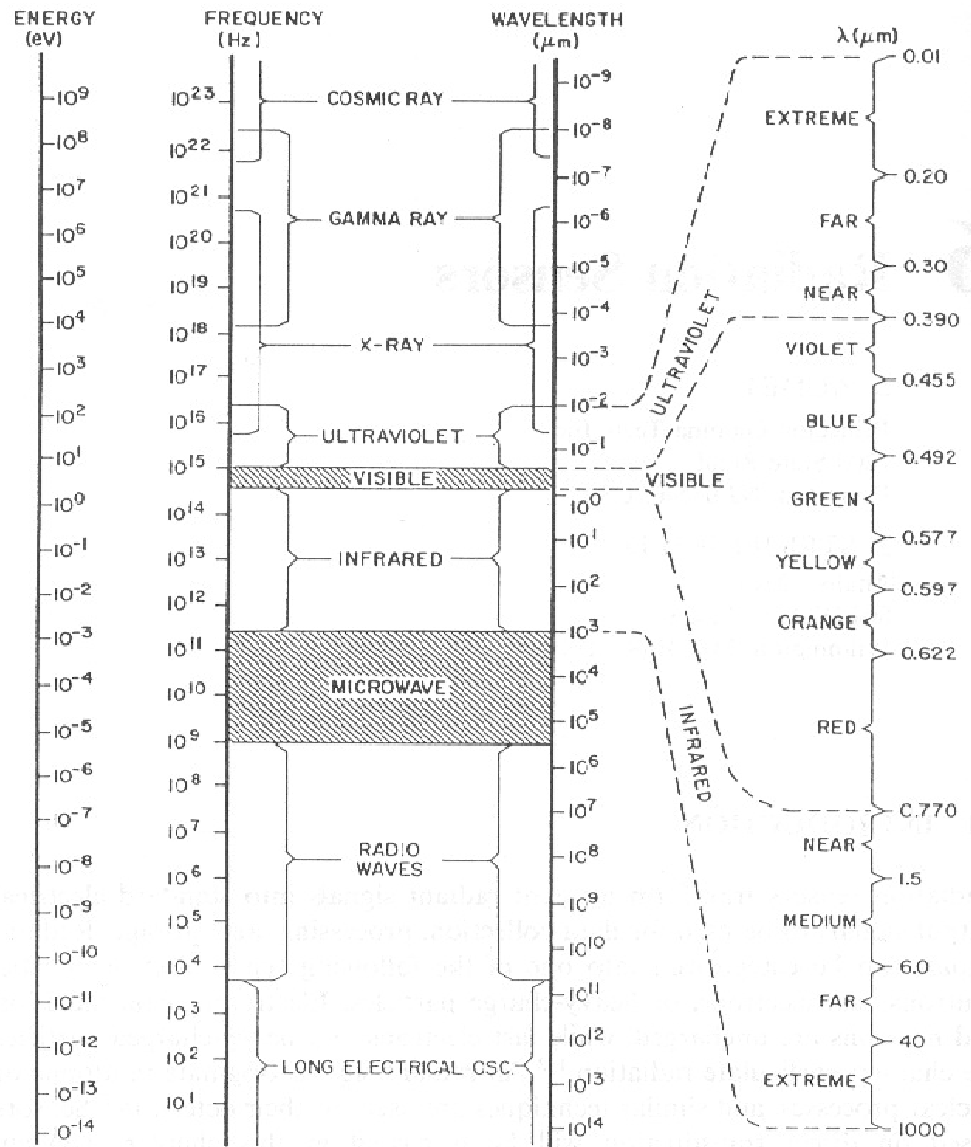
➡ L' $e^-$  peut par exemple venir de la bande de conduction d'un semi-conducteur, l'atome ionisé correspondant à un trou dans la bande de valence  $\Rightarrow$  LED

N.B.: Les capteurs associés sont basés sur le principe inverse (photoconducteur, photodiode)

### C) Rayons X

Ce sont des radiations dues aux photons émis lors de recombinaisons d'électrons avec un atome ionisé, ayant perdu un électron sur une de ses couches internes. L'électron se recombinant peut venir d'une bande de conduction (électron libre) ou venir d'une autre couche électronique du même atome. Dans le premier cas, l'énergie du rayon X peut être quelconque, dans le second cas les énergies possibles sont quantifiées et spécifiques du matériau (de l'atome).





### D) Rayons γ

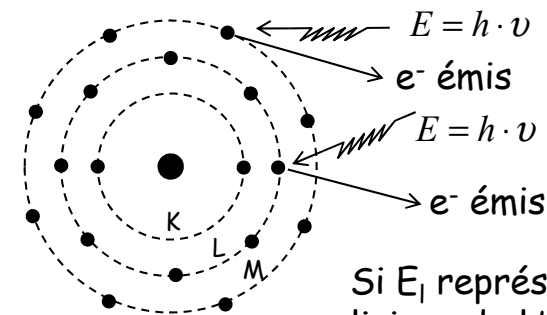
Ce sont des radiations dues aux photons émis lors de la déexcitation d'un noyau. Ils correspondent aux rayonnements les plus énergétiques.

#### I.2.3.2. Interactions des radiations électromagnétiques avec la matière

#### ➡ Effets physiques en jeu

#### A) Effet photoélectrique :

L'effet photoélectrique se caractérise par l'absorption d'un photon par un atome qui se trouve alors ionisé. L'e<sup>-</sup> arraché par le photon peut provenir de n'importe quelle couche électronique de l'atome en jeu.



Si  $E_l$  représente l'énergie de liaison de l'électron, après émission, son énergie cinétique vaut :

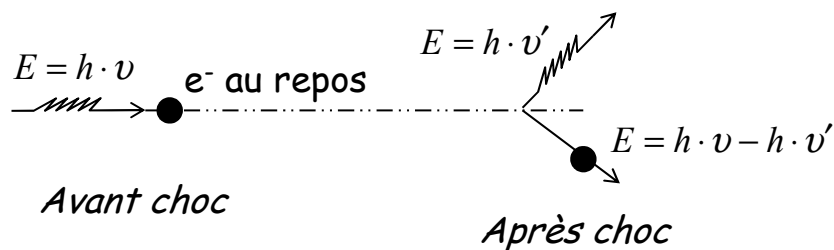
$$E_e = h \cdot \nu - E_l$$

### Remarques :

- 1) Aux énergies faibles,  $E < 10\text{eV}$ , seuls les  $e^-$  de valence sont arrachés.
- 2) Aux énergies plus élevées, la probabilité d'arracher un électron des couches internes prédomine. Dans ce cas, il y aura très souvent émission de rayons X caractéristiques qui s'échappent ou sont ensuite absorbés à nouveau par effet photoélectrique ou Compton.
- 3) L'effet photoélectrique prédomine pour des radiations d'énergie inférieures à  $100\text{KeV}$  (rayons X d'énergie moyenne, rayons  $\gamma$  de faible énergie).

### B) Effet Compton :

Cet effet caractérise un choc élastique d'un photon avec un électron d'une des couches externes des atomes constitutifs du matériau.

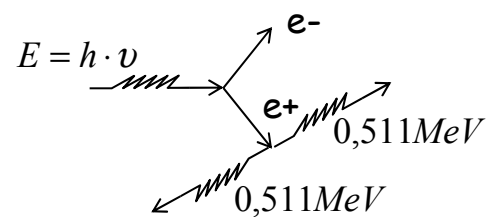


- Le photon  $h \cdot \nu'$  est ensuite absorbé, par exemple par effet photoélectrique, ou rétrodiffusé.
- Si l'électron a acquis suffisamment d'énergie cinétique, il peut arracher d'autres électrons par interaction coulombienne.

### C) Matérialisation :

Lorsque l'énergie du photon devient supérieure au double de l'énergie de l'électron au repos,  $1,022\text{MeV} = 2m_e c^2$ , le photon peut se matérialiser en une paire  $e^-/e^+$  (électron/positron).

La paire  $e^-/e^+$  possède alors une énergie cinétique égale à  $h \cdot \nu - 1,022\text{MeV}$ .



Instable, le  $e^+$  est rapidement ralenti par interaction coulombienne avec le milieu et disparaît en captant un  $e^-$  en formant deux photons de  $0,511\text{MeV}$ .

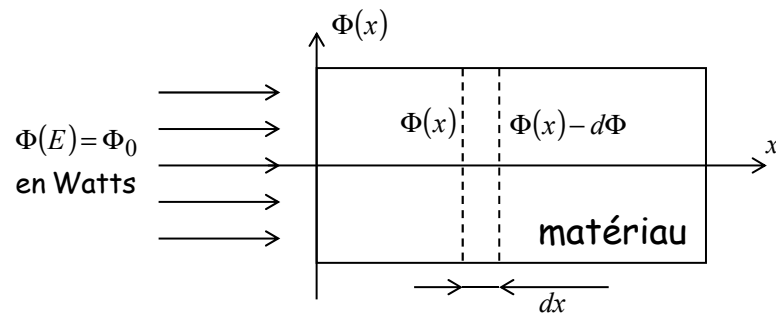
Les photons sont alors absorbés par effet Compton ou s'échappent.

Conclusion : Dans tous les cas, un certain nombre d'électrons est arraché au milieu. Ces derniers se retrouvent alors libres (dans une bande de conduction par exemple) et peuvent participer à la conduction du courant.

## ➡ Absorption - Réflexion - Rendement quantique

### A) Coefficient d'absorption :

Soit un rayonnement de puissance donnée (flux  $\Phi$  donné), monochromatique ( $E=h.v$ ).



Les photons sont absorbés, selon les 3 processus physiques fondamentaux, au cours de leur propagation dans le matériau.

La quantité de photons absorbée dans une tranche  $dx$  de matériau est **proportionnel** à la quantité de photons présents dans cette tranche. Le coefficient de proportionnalité,  $\alpha$ , dépend du matériau, de l'énergie du rayonnement et du processus physique.

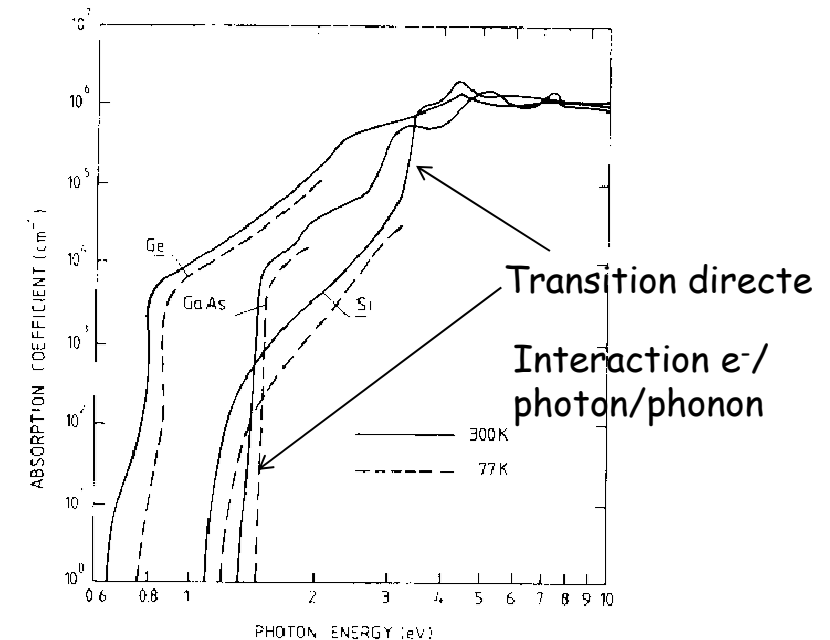
Ainsi, sur une distance  $dx$ , le flux diminue de :

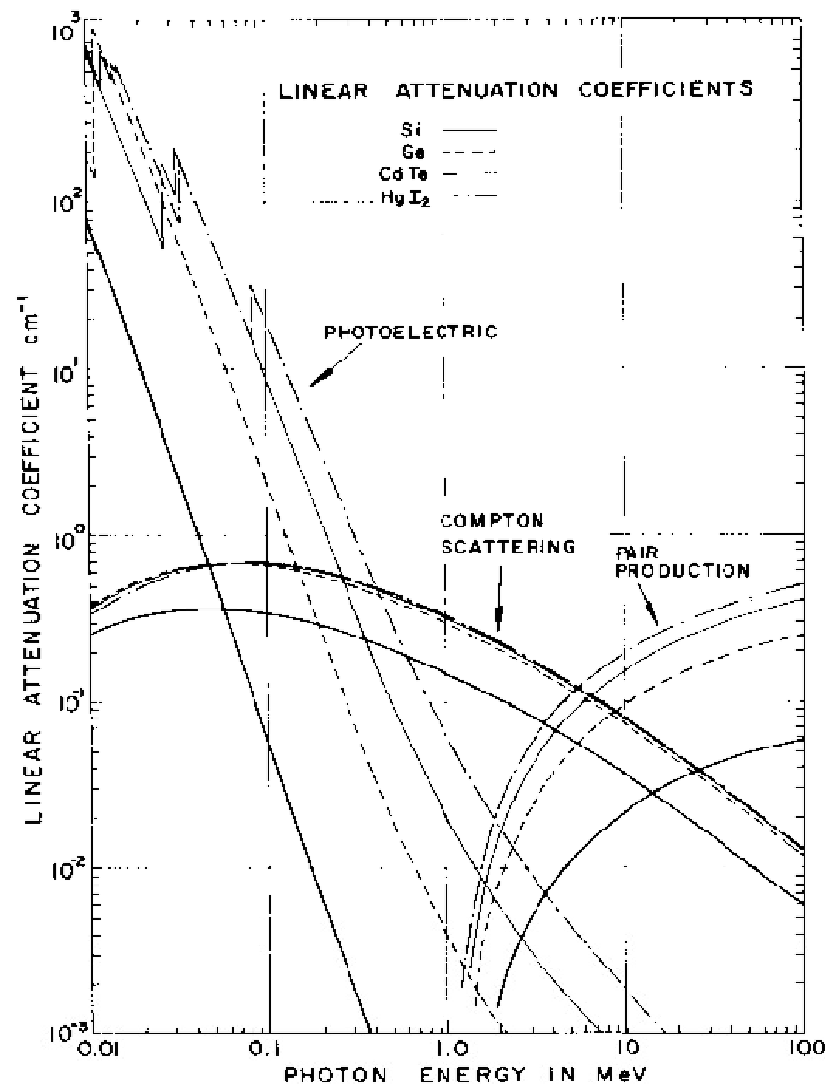
$$d\Phi = -\alpha \cdot \Phi \cdot dx$$

Quantité de photons absorbés dans la tranche  $dx$  par seconde (multipliée par  $h.v$ )

Quantité de photons dans la tranche  $dx$  par seconde (multipliée par  $h.v$ )

$$\alpha = -\frac{1}{dx} \cdot \frac{d\Phi}{\Phi} : \text{coefficient d'absorption}$$





## Remarque sur les semi-conducteurs à gap direct ou à gap indirect :

### • Dualité onde - corpuscule

#### ➡ Onde plane

##### ➡ Représentation ondulatoire :

$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$  : onde se propageant dans la direction de  $\vec{k}$ .

$$v = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} : \text{Fréquence de l'onde}$$

$$\vec{k} = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} : \text{Vecteur d'onde}$$

##### ➡ Représentation corpusculaire :

On a à faire à une particule de masse nulle (photon)

$$E = h \cdot v : \text{Energie du photon}$$

$$\vec{p} = \frac{h}{2 \cdot \pi} \cdot \vec{k} = \frac{h}{\lambda} \cdot \vec{i} : \text{Impulsion de la particule}$$

#### ➡ Electron

##### ➡ Représentation corpusculaire :

On a à faire à une particule de masse  $m_e$ .

$$E = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 = \frac{p^2}{2 \cdot m_e} : \text{Energie de la particule}$$

$$\vec{p} = m_e \cdot \vec{v} : \text{Impulsion de la particule}$$

→ Représentation ondulatoire :

$$\nu = \frac{E}{h} : \text{Fréquence de l'onde}$$

$$\vec{k} = \frac{\vec{p}}{h/(2 \cdot \pi)} : \text{vecteur d'onde}$$

### • Interaction photoélectrique (photon / électron)

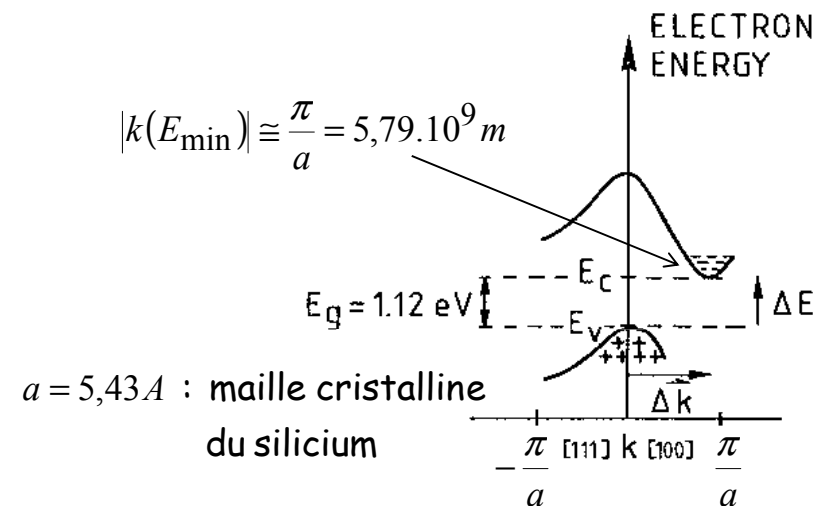
En tant qu'interaction de particule, elle ne peut se faire que s'il y a simultanément conservation de l'énergie et de l'impulsion, donc du vecteur d'onde :

→ Avant interaction, l'électron est lié et ne possède pas d'énergie cinétique. Le photon possède quant à lui une énergie  $E=h \cdot \nu$ . Après interaction, le photon a disparu et l'électron possède une énergie cinétique  $E$ .

Dans un semi-conducteur,  $E$  doit être  $> E_g$  (gap).

Dans le cas contraire, le photon peut être absorbé avec production d'un phonon (vibration du réseau). Ce phénomène ne nous intéresse pas car il ne conduit pas à un effet électrique!

→ Le diagramme des bandes d'un semi-conducteur dépend de l'impulsion de la particule ( $e^-$  mobile pour la bande de conduction, trou mobile pour la bande de valence)



Dans le cas d'un semi-conducteur à gap indirect (Si, Ge,...), l'électron qui se trouve au minimum de la bande de conduction a un vecteur d'onde (impulsion) très grand, de l'ordre de  $6 \cdot 10^9 \text{ m}^{-1}$ !

Pour avoir un tel vecteur d'onde ( $k=2\pi/\lambda$ ), le rayonnement doit avoir une longueur d'onde de l'ordre de la maille cristalline (5,43Å). Ceci correspond à des énergies de l'ordre du MeV!

En d'autres termes, un photon de l'ordre de l'eV possède une impulsion négligeable. Il ne pourra donc faire sauter un électron dans la bande de conduction que si cet électron possède une impulsion nulle dans la même bande, juste après l'interaction. Ceci est possible pour un photon d'énergie supérieure à 3,6eV dans le silicium!

N.B.: A des énergies inférieures, comprises entre 1,12eV (gap) et 3,6eV, une troisième particule pouvant avoir une grande impulsion doit rentrer en jeu. C'est le phonon!

### B) Réflexion :

$\Phi(x=0_+) < \Phi(x=0_-) = \Phi_0$  en raison de la réflexion du rayonnement

$$\Phi(x=0_+) = (1-R) \cdot \Phi(x=0_-) = (1-R) \cdot \Phi_0$$

R est le coefficient de réflexion en puissance

On montre (cours d'optique) :

- que R dépend peu de l'énergie
- que R dépend de l'incidence du faisceau
- que R est minimal pour une incidence normale et qu'il vaut dans ce cas :

$$R = \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2 = \left( \frac{\sqrt{\epsilon_r} - 1}{\sqrt{\epsilon_r} + 1} \right)^2 \quad \begin{array}{l} n : \text{indice de réfraction du matériau} \\ \epsilon_r : \text{constante diélectrique relative} \end{array}$$

### C) Rendement quantique :

Le rendement quantique  $\eta$  correspond au nombre moyen de paires e<sup>-</sup>/trou libérées par photon absorbé.

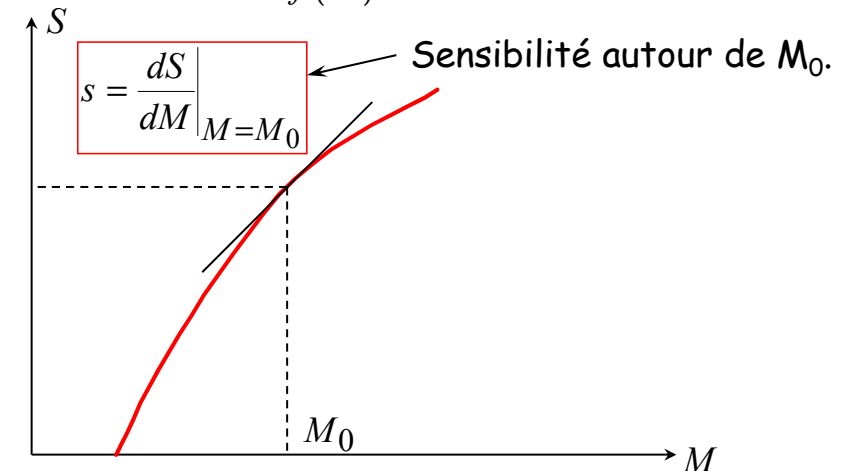
N.B.: Si l'électron émis possède suffisamment d'énergie cinétique, il peut en arracher de nouveaux par interaction coulombienne. D'autre part, si des rayons X sont émis, ils peuvent eux aussi être absorbés avec émission d'e<sup>-</sup> libres. Ainsi,  $\eta$  peut être supérieur à un.

## **I.3. Caractéristiques métrologiques des capteurs**

### **I.3.1) Sensibilité du capteur**

Pour des conditions données d'utilisation (température, hygrométrie,...), i.e. pour des valeurs données des grandeurs d'influence, la caractéristique de transfert du capteur est définie par la relation :

$$S = f(M)$$



La modification de la sensibilité par les grandeurs d'influence est généralement spécifiée par des *coefficients de variation relative*. Par exemple si la sensibilité du capteur est affectée par la température, le constructeur fournit souvent le ***coefficient de variation thermique*** :

$$\alpha = \frac{1}{S} \cdot \frac{dS}{dT} \text{ en } /^{\circ}\text{C}$$

**N.B.** : En toute rigueur, ce coefficient n'est valable qu'autour d'un certain  $M_0$ , ou dans une plage donnée du mesurande.

### • Sensibilité en régime statique :

C'est la sensibilité déterminée lorsque la caractéristique  $S=f(M)$  a été relevée pour un mesurande constant ou variant très lentement.

### • Sensibilité en régime dynamique :

Lorsque le mesurande varie rapidement (flux lumineux modulé, accélération dues aux vibrations d'une structure,...), la sensibilité est généralement différente de celle mesurée en statique. On caractérise la sensibilité en régime dynamique en faisant varier sinusoïdalement le mesurande. On obtient alors la ***réponse en fréquence du capteur***.

On s'arrange généralement pour que la réponse en fréquence du capteur soit du premier ou du second ordre.

### → Réponse du premier ordre

$$s(j\omega) = \frac{s(M_0)}{1 + \frac{j\omega}{\omega_c}}$$

### → Réponse du second ordre

$$s(j\omega) = \frac{s(M_0)}{1 + 2 \cdot \zeta \cdot \frac{j\omega}{\omega_c} + \left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

### ***I.3.2) Linéarité du capteur***

Un capteur est linéaire sur une plage déterminée du mesurande si sa sensibilité  $y$  est indépendante de la valeur du mesurande.

Avantage : Facilité de traitement du signal

### Remarques :

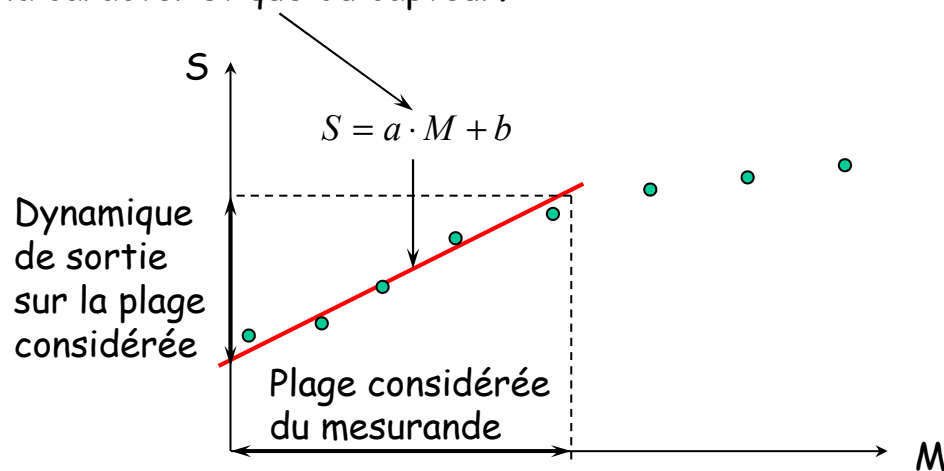
1) Dans la plupart des cas, si la réponse du capteur est non-linéaire, on cherche à la linéariser par des circuits de correction ou compensation.

2) En régime statique, la linéarité du capteur correspond à une ou des parties rectilignes de la caractéristique de transfert du capteur

3) En régime dynamique, la linéarité impose en plus que les fréquences de coupures du systèmes (ou  $\omega_0$  et  $\zeta$ ) soient indépendantes des ( $M_0$ )!

### → Quantification de la linéarité :

L'étalonnage du capteur fournit un ensemble de points de mesure ( $M_i, S_i$ ). Sur une plage donnée du mesurande, on peut calculer la droite minimisant la somme des carrés des écarts à la droite des divers points expérimentaux. Cette droite est considérée comme la représentation la plus probable de la caractéristique du capteur.



On montre facilement que

$$a = \frac{N \cdot \sum S_i \cdot M_i - (\sum S_i) \cdot (\sum M_i)}{N \cdot \sum M_i^2 - (\sum M_i)^2} \quad \text{et} \quad b = \frac{(\sum S_i) \cdot (\sum M_i^2) - \sum S_i \cdot M_i}{N \cdot \sum M_i^2 - (\sum M_i)^2}$$

Sur la plage considérée du mesurande, l'écart de linéarité est donné par l'écart maximum entre la courbe d'étalonnage et la meilleure droite. Il s'exprime en % de la dynamique de sortie du capteur sur la plage considérée.

### **I.3.3) Résolution détectivité**

Elle est définie comme la variation minimale du mesurande produisant une variation détectable en sortie.

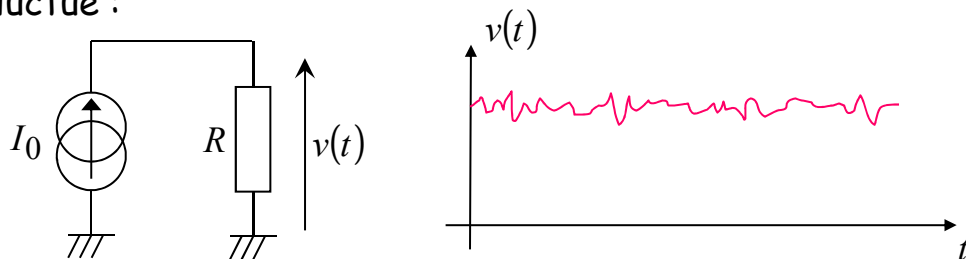
Lorsque l'incrément du mesurande vient du zéro, on parle de la limite de détection (détectivité).

La résolution est principalement liée aux erreurs aléatoires, et notamment aux **bruits** dans les composants électroniques inclus dans le capteur.

N.B.: la résolution peut dépendre du mesurande! Détectivité et résolution ne sont donc pas toujours égales.

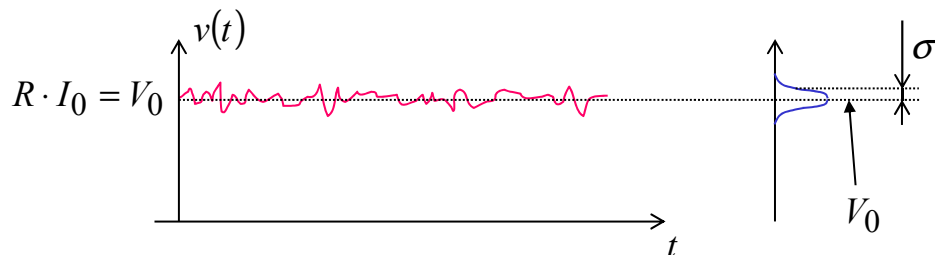
### • Rappels sur le bruit dans les composants :

Considérons une résistance polarisée comme sur le schéma ci-dessous (pour nous un capteur résistif) et regardons finement la tension  $v(t)$  à ses bornes. On constate qu'elle fluctue :



Ces fluctuations sont totalement aléatoires. Afin de prévoir ce qui peut se passer, il est nécessaire de regarder les propriétés statistiques que présentent ces fluctuations.

Si la durée  $T$  sur laquelle on regarde le signal  $v(t)$  est suffisamment grande, l'ensemble des valeurs que  $v(t)$  peut prendre sont toutes atteintes. Si maintenant on « projette » l'enregistrement  $v(t)$  sur l'axe des  $v$ , on obtient la distribution des fluctuations de  $v(t)$  :



On définit alors les grandeurs statistiques suivantes :

### • Valeur moyenne

$$\langle v \rangle = V_0 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t) \cdot dt \quad (T \text{ grand})$$

### • Fonction d'autocorrélation - Puissance moyenne de bruit

On compare  $v(t)$  à  $v(t-\tau)$ , décalage du *même* signal d'un temps  $\tau$ , d'où le nom de fonction *d'autocorrélation*.

$$C_{vv}(\tau) = E\{v(t), v(t-\tau)\} = E\{v(t) \cdot v(t-\tau)\} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t) \cdot v(t-\tau) \cdot dt$$

On constate alors que  $C_{vv}(0)$  représente la puissance moyenne du signal :

$$C_{vv}(0) = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v^2(t) \cdot dt = \langle P_v \rangle$$

*Puissance moyenne de bruit*

### Remarque

En toute rigueur,  $C_{vv}(\tau)$  dépend aussi de l'instant  $t$ , sauf si le signal est stationnaire. Les signaux issus de processus physiques peuvent en général être considérés comme stationnaires.

### • Densité spectrale de puissance de bruit

En prenant la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation, on obtient par définition :

$$\mathfrak{S}\{C_{vv}(\tau)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} C_{vv}(\tau) \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau = S_v(f)$$

Soit en en prenant la transformée inverse :

$$\mathfrak{S}^{-1}\{S_v(f)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} S_v(f) \cdot e^{j2\pi f\tau} df = C_{vv}(\tau)$$

En particulier :

$$\mathfrak{S}^{-1}\{S_v(f)\} \Big|_{\tau=0} = \int_{-\infty}^{+\infty} S_v(f) \cdot df = C_{vv}(0) = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v^2(t) dt = \langle P_v \rangle$$

**Densité spectrale de puissance de bruit**

N.B. : En toute rigueur, il faudrait dire que  $S_v(f)$  représente la densité spectrale de puissance moyenne de bruit.

$S_v(f)$  représente la répartition en fréquence des fluctuations de la tension  $v$  autour de sa valeur moyenne  $V_0$ .

Remarque : On note très souvent la densité spectrale de tension de bruit par :

$$\overline{v^2} = S_v(f)$$

### • Niveau rms de bruit

On définit alors le niveau rms de bruit par :

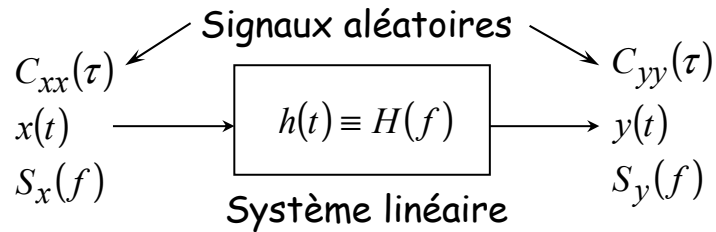
$$\sigma = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} S_v(f) \cdot df} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T v^2(t) dt} = \sqrt{\langle P_v \rangle}$$

Si le processus physique à l'origine des fluctuations est gaussien (ce qui se justifie très souvent),  $\sigma$  représente l'écart-type du processus. Par conséquent, si l'on « pique » une valeur  $v(t)$  quelconque, on a 68% de chance pour que la valeur obtenue soit  $V_0$  à  $\pm\sigma$ .

### • Bruit et systèmes linéaires :

Les bruits sont systématiquement des signaux de petite amplitude. Lorsqu'ils « traversent » un circuit (par exemple un amplificateur), ils « attaquent » ce circuit en « petits signaux ». Il faut donc considérer le schéma petits signaux du circuit, c'est-à-dire son schéma linéaire équivalent.

**La question qui se pose alors est de savoir ce qui se passe lorsqu'un bruit, i.e. un signal fluctuant, traverse un système linéaire?**



$h(t)$  : Réponse impulsionnelle du système linéaire

$H(f) = \mathcal{F}\{h(t)\}$  : Fonction de transfert du système linéaire

On montre alors que si le processus aléatoire est stationnaire et ergodique (ce que l'on peut supposer en général) :

$$S_y(f) = |H(f)|^2 \cdot S_x(f)$$

Gain en puissance

### • Calcul de la résolution d'un capteur :

Le signal en sortie d'un capteur se décompose en deux termes, le signal déterministe associé à la grandeur à mesurer, et le bruit qui représente les fluctuations du signal autour de sa valeur déterministe. En supposant un capteur linéaire de sensibilité  $S$  et en notant  $v$ , le signal en sortie, on a :

$$v(t) = S \cdot M + v_N(t)$$

où  $S \cdot M$  représente le signal déterministe et  $v_N(t)$  représente une fluctuation de puissance moyenne :

$$\langle P_{v_N} \rangle = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v_N^2(t) \cdot dt = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{v_N}(f) \cdot df$$

La résolution du capteur est alors définie (se calcule) par :

$$R = \frac{\sqrt{\langle P_{v_N} \rangle}}{S}$$

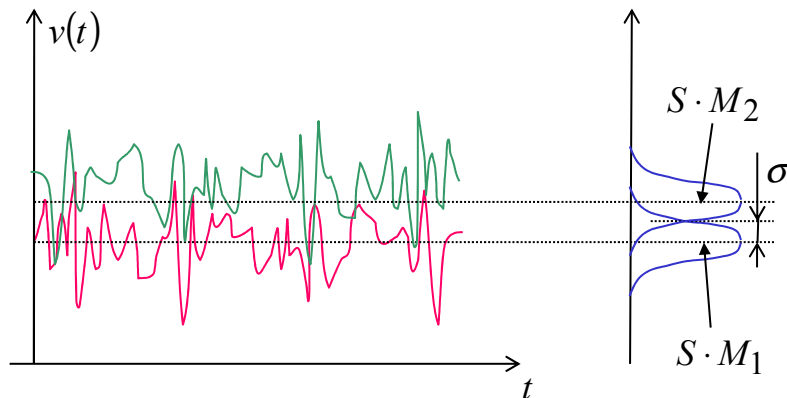
### • Interprétation de la résolution d'un capteur :

En général, le processus physique à l'origine des fluctuations peut être considéré comme gaussien. Ainsi, on a :

$$R = \frac{\sigma}{S}$$

où  $\sigma$  représente l'écart-type de la gaussienne.

On admet alors que pour une valeur donnée du mesurande,  $M_1$ , il faut augmenter le mesurande de  $R$  pour que l'on soit capable de distinguer « à l'œil nu » une variation du signal déterministe en sortie :



Remarque : Le niveau rms de bruit en sortie ( $\sigma$  si le processus est gaussien) peut varier en fonction du mesurande en entrée. De même la sensibilité du capteur peut dépendre de  $M$ . Par conséquent, en toute rigueur, la résolution du capteur dépend de  $M$ . La résolution pour  $M = 0$  est appelée la *délectivité* du capteur.

### • En pratique... :

En pratique, aux bornes d'un capteur on voit généralement une résistance  $R$  qui est donc le siège d'un bruit de densité spectrale (c.f. RP-O4 - Projet CAO, ou R-03 - Architectures Analogiques Bas-Bruit, Faible Tension) :

$$S_{v_N}(f) = 4 \cdot k \cdot T \cdot R + \frac{K}{f}$$

Le premier terme,  $4kTR$ , représente le bruit thermique associé à l'agitation thermique des porteurs du courant, et le second terme le bruit en  $1/f$  qui dépend de la qualité du matériau.

### Remarque :

- $K$  dépend très souvent du courant de polarisation
- Le bruit en  $1/f$  dépend peu de la température
- Le bruit en  $1/f$  est toujours plus élevé lorsque la conduction a lieu à une interface plutôt que dans le volume
- Le bruit en  $1/f$  est généralement inversement proportionnel à la taille du composant

Connaissant la valeur  $R$  et le paramètre technologique  $K$ , on peut alors calculer la puissance moyenne de bruit en sortie du capteur sur la bande passante utile (la bande passante sur laquelle on mesure le signal physique  $M$ ). On en déduit le niveau rms de bruit en prenant la racine carrée de cette puissance moyenne, et la résolution du capteur en divisant par la sensibilité de ce dernier.

### I.3.4) Autres caractéristiques

Outre les spécifications fondamentales que sont la sensibilité et la résolution, on peut spécifier les qualités métrologiques d'un capteur en rajoutant un grand nombre de paramètres de spécifications. Par exemple :

- Sélectivité : qualité à rejeter les grandeurs d'influence → On définit alors la sensibilité du capteur vis-à-vis de l'influence, typiquement vis-à-vis de la température,...
- Hystérésis, exprimé en % de la dynamique de sortie lors d'un cycle de calibration
- Durée de vie
- Temps de recouvrement : temps pour que le capteur retrouve ses caractéristiques après un passage du mesurande dans le domaine de non-détérioration
- Finesse : qualité à ne pas modifier le processus mesuré
- ...

### I.4. Micro-capteurs compatibles CMOS

Jusque là, nous n'avons parlé que des phénomènes physiques affectant le matériau silicium (effets thermoélectriques, piézorésistivité,...). Il est ainsi possible de réaliser des microcapteurs sur puce directement en technologie CMOS.

Toutefois, on peut aussi imaginer modifier le procédé CMOS pour ajouter de nouveaux effets physiques auxquels sera sensible le système. Généralement, on ne modifie pas une ligne de production de CIs. Ainsi l'approche la plus utilisée est de réaliser un post-processing compatible CMOS, typiquement le dépôt à basse température de couches technologiques n'existant pas en standard dans les technologies CMOS ou la gravure (à basse température) du silicium pour libérer des structures mécaniques,...

On peut ainsi construire un grand nombre de capteurs, chimique, mécanique,...



Nous allons maintenant voir quelques exemples dans le domaine des capteurs thermiques et magnétiques.

[suite](#)

## II. Micro-capteurs thermiques

### II.1. Introduction

Les micro-capteurs thermiques sont des micro-capteurs utilisant une mesure de température (ou de différence de températures) pour évaluer une grandeur physique.

Cette grandeur peut-être simplement la température ou une grandeur influençant les caractéristiques thermiques du capteur, i.e. sa résistance thermique, et permettant via la mesure de la variation de température de déduire la variation de la résistance thermique du capteur et donc la grandeur physique à mesurer.

Les principaux micro-capteurs thermiques permettent de mesurer :

- des températures
- des flux d'air
- radiations IR
- des grandeurs physiques liées à des gaz ou des liquides :
  - capteur de vide
  - capteur d'espèces chimiques
  - capteur de rosée
- des inclinomètres, accéléromètres
- ...

Pour construire ces micro-capteurs, il est nécessaire de disposer à la fois d'éléments chauffants (voire refroidissants) et d'éléments sensibles à la température. Sur silicium, on trouve donc :

- des résistances : utilisables en élément chauffant ou en capteur de température
- des transistors bipolaires : utilisables en élément chauffant ou en capteur de température
- des thermopiles : utilisables en capteur de température, plus exactement de différence de températures
- des cellules Peltier (peu utilisées sur silicium en raison de la forte conductivité thermique du Si).

### II.2. Mesure de température

#### Résistance :

De manière générale, les résistances intégrées sur silicium dépendent de la température en raison de :

- Variation de la concentration en porteurs avec  $T$
- Variation du libre parcours moyen avec  $T$
- Variation du gap du Si avec  $T$

Dans les gammes de températures et de dopage habituels, la résistivité du silicium augmente avec  $T$ . On peut ainsi modéliser le changement de résistance par :

$$R(T) = R_0 + A \cdot T + B \cdot T^2$$

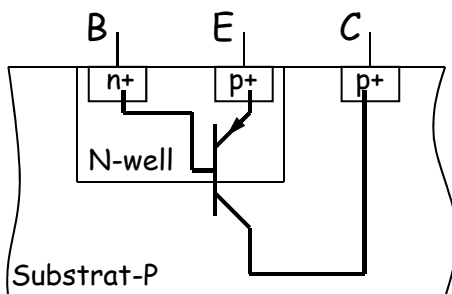
La non-linéarité de la réponse n'est pas toujours adaptée. Ainsi, il est souvent préférable d'utiliser des transistors bipolaires pour construire un capteur de température.

### Transistors bipolaires :

Il est important de noter qu'une technologie CMOS standard permet aussi la réalisation de transistors bipolaires. Ces derniers sont de qualité suffisante pour la réalisation de capteurs de température.

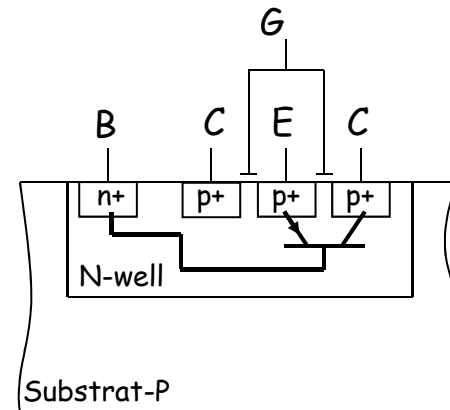
Dans une technologie CMOS classique sur substrat P, on ne peut réaliser que des PNP. On distingue les PNP latéraux des PNP verticaux.

#### → PNP vertical :

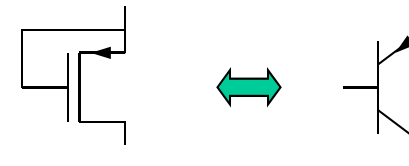


Le PNP vertical présente généralement de bonnes caractéristiques électriques, mais son collecteur est nécessairement connecté à  $V_{SS}$  !!!

#### → PNP latéral :



Il s'agit d'un PMOS non passant (off). On peut utiliser le potentiel sur la grille pour modifier les caractéristiques du bipolaire (en allant jusqu'à un fonctionnement du PMOS en inversion faible). Néanmoins, en général, il suffit de connecter la grille à l'émetteur.



N.B: Il n'est pas indispensable de dessiner une grille. Cependant, sa présence permet de minimiser la longueur de la base, égale à la longueur de la grille. On dessine pour cela une grille de longueur minimale!

Les caractéristiques électriques des PNP latéraux sont généralement moins bonnes que celles des PNP verticaux (conduction à une interface,...). Néanmoins, ils ont l'avantage d'avoir leurs 3 broches (C, B, E) flottantes.

## → Capteur de température PTAT :

PTAT → Proportionnal To Absolute Temperature

On utilise pour cela le fait que la différence des  $V_{BE}$  de deux transistors bipolaires  $Q_1$  et  $Q_2$  polarisés par les courants  $I_1$  et  $I_2$  est proportionnelle à  $T$  :

$$I_1 = I_{01} \left[ \exp\left(\frac{q \cdot V_{EB1}}{kT}\right) - 1 \right] \Leftrightarrow V_{EB1} = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I_1}{I_{01}} + 1\right) \approx \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I_1}{I_{01}}\right)$$

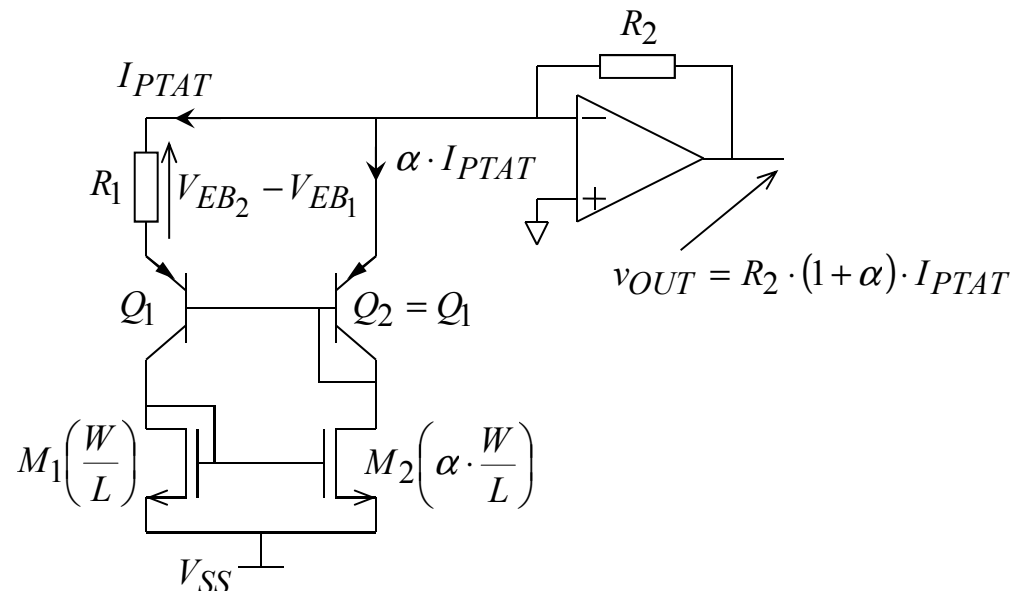
$$I_2 = I_{02} \left[ \exp\left(\frac{q \cdot V_{EB2}}{kT}\right) - 1 \right] \Leftrightarrow V_{EB2} = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I_2}{I_{02}} + 1\right) \approx \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I_2}{I_{02}}\right)$$

où  $I_{01}$  représente le courant de saturation de  $Q_1$  et  $I_{02}$  celui  $Q_2$ . Ainsi :

$$V_{EB2} - V_{EB1} = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{I_{01}}{I_{02}}\right)$$

N.B.: Pour deux transistors à même température, le rapport de leurs courants de saturation  $I_{01}/I_{02}$  ne dépend que du rapport des surfaces Base-Emetteur  $A_1/A_2$ . Il suffit alors de maintenir le rapport  $I_2/I_1$  constant pour construire un capteur de température PTAT linéaire.

## → Exemple de réalisation :



$$I_{PTAT} = \frac{V_{EB2} - V_{EB1}}{R_1} = \frac{1}{R_1} \cdot \frac{kT}{q} \ln(\alpha)$$

$$v_{OUT} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{k}{q} \cdot (1 + \alpha) \cdot \ln(\alpha) \cdot T$$

### Remarque :

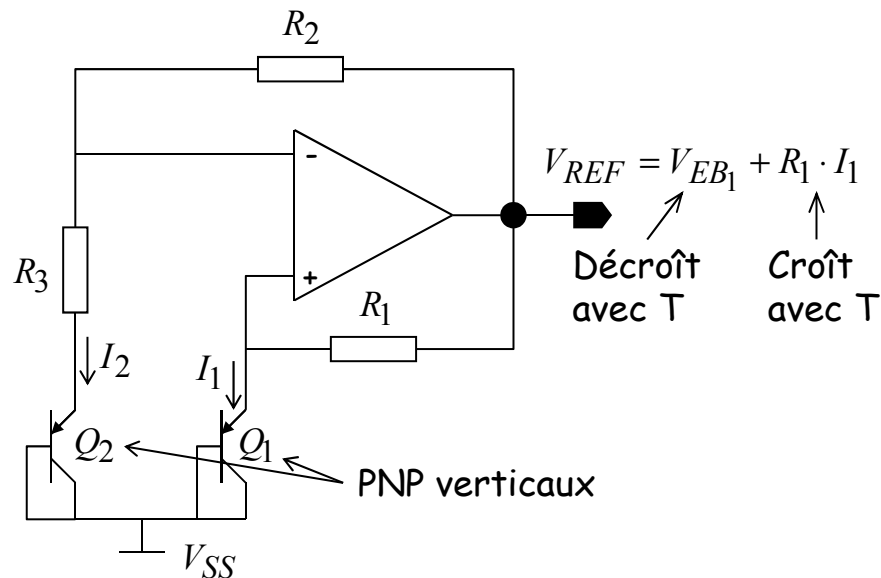
Pour construire des capteurs thermiques, on utilise aussi parfois le fait que le  $V_{BE}$  d'un bipolaire polarisé à courant constant diminue sensiblement linéairement avec  $T$  :

$$V_{EB} \approx V_{GAP} - C \cdot T$$

où  $C$  est de l'ordre de  $-2,2\text{mV}/^\circ\text{C}$ , et  $V_{GAP} = 1,205\text{ V}$  est indépendant de la température.

D'autre part, en combinant les deux techniques, on construit des références de tension insensibles à la température. De telles références sont très utiles pour la polarisation de certains capteurs, ou plus généralement des circuits intégrés.

### Exemple de référence band-gap :



$$R_2 \cdot I_2 = R_1 \cdot I_1 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$R_3 \cdot I_2 = V_{EB1} - V_{EB2} = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I_1}{I_2} \cdot \frac{I_{02}}{I_{01}}\right) = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{I_{02}}{I_{01}}\right)$$

$$V_{REF} = V_{EB1} + R_1 I_1 = V_{EB1} + R_2 I_2 = V_{EB1} + \frac{R_2}{R_3} \cdot \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{A_{EB2}}{A_{EB1}}\right)$$

où  $A_{EB1}$  et  $A_{EB2}$  représentent les aires base-émetteur de  $Q_1$  et  $Q_2$ . Ainsi, en choisissant  $R_1$  et  $R_2$  telles que :

$$C = \frac{R_2}{R_3} \cdot \frac{k}{q} \cdot \ln\left(\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{A_{EB2}}{A_{EB1}}\right)$$

$$V_{REF} = V_{GAP} = 1,205\text{V} \text{ constante indépendante de } T$$

**N.B.:** En toute rigueur, le courant de saturation varie en :

$$I_0 = A_{EB} \cdot D \cdot T^\eta \cdot \exp\left(-\frac{q \cdot V_{GAP}}{k \cdot T}\right) \text{ et } V_{EB} = \frac{k \cdot T}{q} \cdot \ln\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

où  $D$  est une constante technologique dépendant des dimensions de la base et de son dopage. Le coefficient  $\eta$  traduit la dépendance en température de la mobilité des porteurs et de  $n_i$  (concentration intrinsèque).

Par conséquent,  $V_{EB}$  ne diminue pas de manière rigoureusement linéaire avec  $T$ . On peut alors montrer que si l'on choisit  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_3$  de telle sorte que :

$$\ln \left[ \frac{R_2}{R_1 R_3} \cdot \frac{k}{q D A_{EB1}} \ln \left( \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{A_{EB2}}{A_{EB1}} \right) \right] + \frac{R_2}{R_3} \ln \left( \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{A_{EB2}}{A_{EB1}} \right) = (\eta - 1) \cdot (1 + \ln T_0)$$

où  $T_0$  est une température choisie par le concepteur, alors  $V_{REF}$  s'écrit

$$V_{REF} = V_{GAP} + \frac{k \cdot T}{q} \cdot (\eta - 1) \cdot \left[ 1 - \ln \left( \frac{T}{T_0} \right) \right]$$

On a donc :  $\left. \frac{\partial V_{REF}}{\partial T} \right|_{T=T_0} = 0$

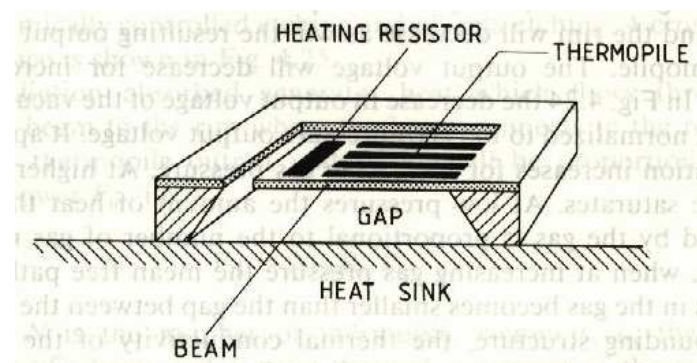
La température  $T_0$  est donc celle autour de laquelle on désire stabiliser thermiquement la référence de tension. En général,  $T_0$  est la température ambiante (ou température nominale de fonctionnement du circuit).

Typiquement,  $\eta$  est de l'ordre de 3 et à  $T_0 = 27^\circ\text{C}$  (soit  $kT_0/q = 26\text{mV}$ ) :

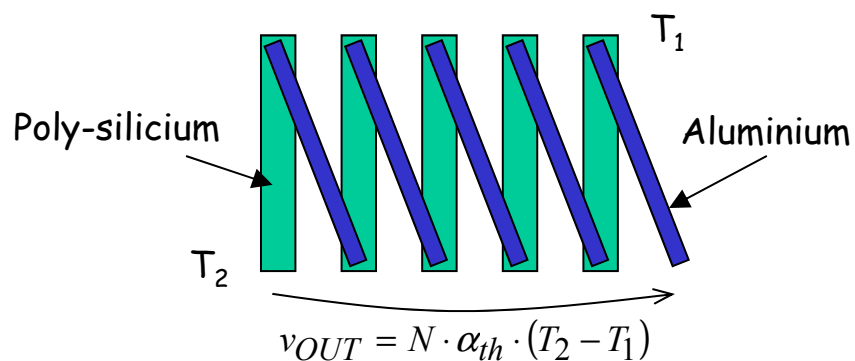
$$V_{REF} = 1,26V$$

### Thermopiles :

Les thermopiles sont ni plus ni moins que des thermocouples. En technologie CMOS, on utilise généralement des couples Si dopé (N ou P) et Aluminium. Très souvent on utilise le polysilicium comme matériau silicium. La thermopile repose alors sur un oxyde ( $\text{SiO}_2$ ) qui l'isole du silicium ce dernier étant bon conducteur de la chaleur. Dans la plupart des applications, il est important que la conductivité thermique de la thermopile soit faible pour que l'on puisse facilement (sans consommer trop) maintenir une différence de température aux bornes de la thermopile. On est donc souvent amené à graver le silicium, sous l'oxyde, de sorte à placer la thermopile sur une membrane ou un bras en suspension ce qui augmente la résistance thermique de la structure :



En pratique, on connecte en série un grand nombre ( $N$ ) de thermocouples pour former une thermopile. En utilisant du polysilicium de résistance carrée de  $250$  à  $2500 \Omega/\square$ , on obtient des sensibilités élémentaires de  $\alpha_{th} = \pm 200$  à  $\pm 500 \mu V/^{\circ}K$ . Ainsi, avec  $N = 10$ , on peut facilement obtenir des sensibilités totales de  $S = N \cdot \alpha_{th} = 2$  à  $5 mV/^{\circ}K$  !



Néanmoins, en augmentant le nombre de thermocouples, on augmente la surface de la thermopile et on diminue sa résistance thermique. D'autre part, sa résistance électrique est multipliée par  $N$ , le bruit thermique aussi !

En pratique,  $N = 10$  avec  $R_{totale} = 5$  à  $200 k\Omega$  est un bon compromis.

## II.2. Micro-capteur de flux

Ce sont des capteurs qui déterminent la vitesse d'un écoulement, typiquement la vitesse du vent. Pour certains d'entre eux, ils déterminent aussi la direction de l'écoulement. On les appelle dans ce cas des capteurs de flux calorimétriques.

### II.2.1. Anémomètre thermique

Le principe de base d'un anémomètre thermique est simple. Il repose sur la mesure des pertes de chaleur d'un objet chauffé (les anémomètres les plus simples utilisent un filament chauffé) qui sont fonction de la vitesse du vent (ou fluide considéré). La loi de King permet de relier la vitesse du fluide  $U$  (sous flux laminaire) à la puissance  $P$  dissipée dans l'objet et à sa différence de température  $\Delta T$  par rapport à l'ambiante :

$$\frac{P}{\Delta T} = A + B \cdot \sqrt{U}$$

Les termes  $A$  et  $B$  représentent respectivement les pertes de chaleur dues à la conduction au sein même de l'objet (le filament par exemple) et celles dues à la convection via le fluide.  $A$  et  $B$  dépendent de la géométrie de l'objet sensible et des propriétés physiques du fluide (conductivité thermique, densité, viscosité, chaleur spécifique,...)

Si la puissance  $P$  ou si  $\Delta T$  est fixé, la vitesse du fluide  $U$  peut alors être déterminée. Un anémomètre possède donc deux modes de fonctionnement.

### Puissance dissipée $P$ constante (CP mode) :

Dans ce cas  $\Delta T$  permet de déterminer  $U$ . Il varie en  $1/\sqrt{U}$  :

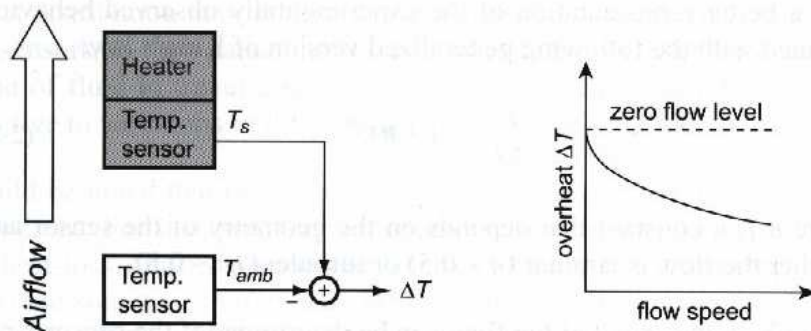


Figure 2-1 CP operation of a thermal anemometer.

### Remarques :

- 1) La résistance de l'élément chauffant dépend de sa température → nécessité de circuit de régulation de  $P$ .
- 2) Le temps de réponse du système est généralement assez long (qqes millisecondes).

3) Les caractéristiques du micro-capteur sont influencées par la température moyenne du dispositif et par les propriétés physiques du fluide (elles aussi dépendent de la température moyenne).

### Différence de températures $\Delta T$ constante (CTD mode) :

Dans ce cas, il faut asservir l'élément chauffant pour qu'il maintienne le  $\Delta T$  constant. A noter que ce mode de fonctionnement élimine l'inconvénient mentionné à la remarque 3) puisque la température moyenne du capteur reste constante. Néanmoins le système électronique associé est plus complexe. Dans ce mode de fonctionnement, c'est la puissance  $P$  qui fournit l'information. La réponse du capteur varie alors en  $\sqrt{U}$ .

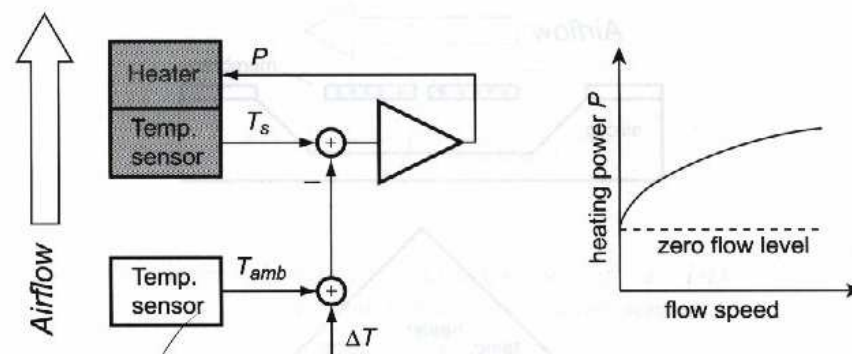


Figure 2-2 CTD operation of a thermal anemometer.

**Remarque :** Un anémomètre en mode CTD présente généralement des temps de réponse plus rapides qu'en mode CP (bande passante plus élevée).

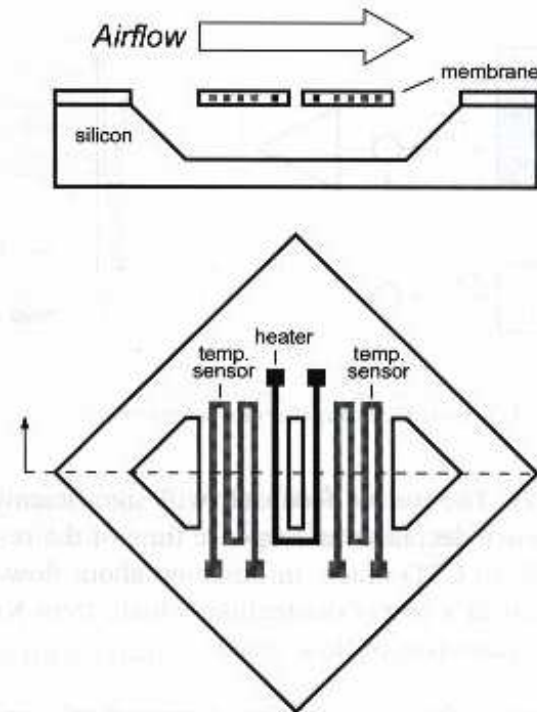
### II.2.2. Capteur de flux calorimétrique

Un anémomètre thermique ne permet de déterminer que la vitesse du flux,  $U$ . Il est néanmoins utile parfois de connaître aussi la direction du vecteur  $U$ , i.e. la direction du flux.

Pour cela, on peut combiner deux ou plusieurs anémomètres. Une solution élégante alternative est d'utiliser la symétrie de la distribution de chaleur autour d'un objet chauffant placé dans une structure sensible elle-même symétrique. Sous l'action d'un flux, cette symétrie est brisée. De la dissymétrie, on peut alors déterminer à la fois  $U$  et la direction du flux.

#### Capteur de flux 1D (Honeywell) :

Il est constitué de 3 résistances déposées sur une membrane en matériau diélectrique isolant. La cavité est telle que le flux reste laminaire. La résistance centrale sert d'élément chauffant alors que les deux résistances latérales servent de capteur de température.



Sous flux nul, la différence de température  $\delta T$  entre les deux résistances latérales reste nulle. En présence d'un flux, la résistance placée en amont du flux est refroidie alors que celle en aval est chauffée,  $\delta T$  devient  $> 0$ . Pour un flux en sens opposé,  $\delta T$  s'inverse.

Si la vitesse du flux,  $U$ , est faible,  $\delta T$  répond linéairement. Lorsque  $U$  augmente beaucoup,  $\delta T$  sature car le capteur de température amont ne peut pas être refroidi en dessous de la température ambiante et le capteur aval chauffé au dessus de la température de l'élément chauffant.

On obtient la réponse typique suivante :

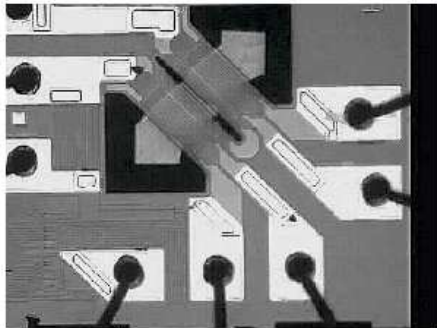
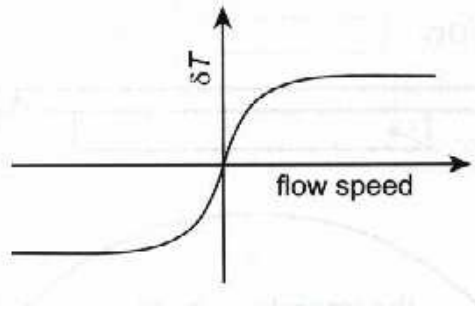


Figure 1. Airflow Sensing Chip

Photo du chip

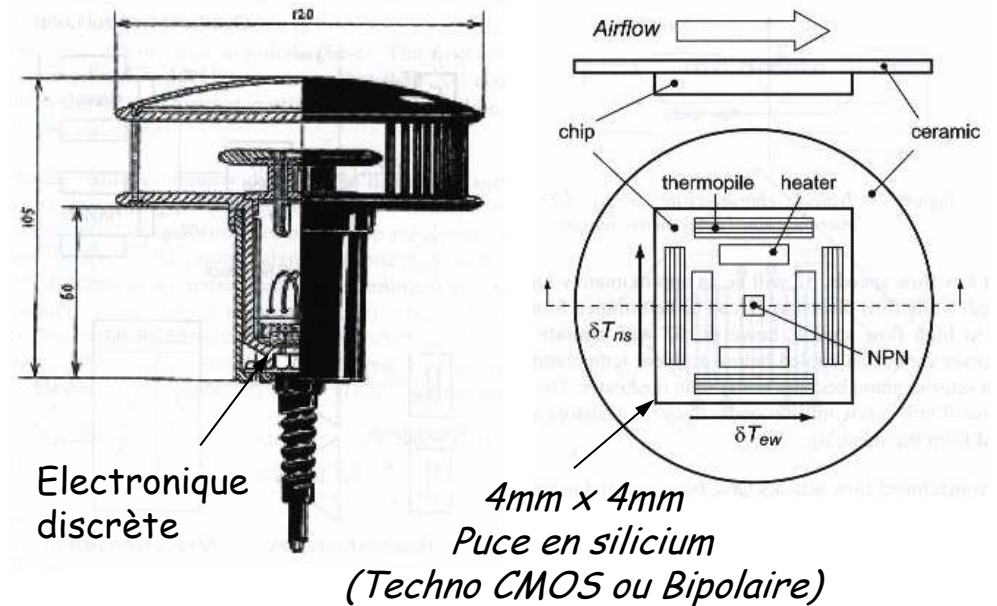
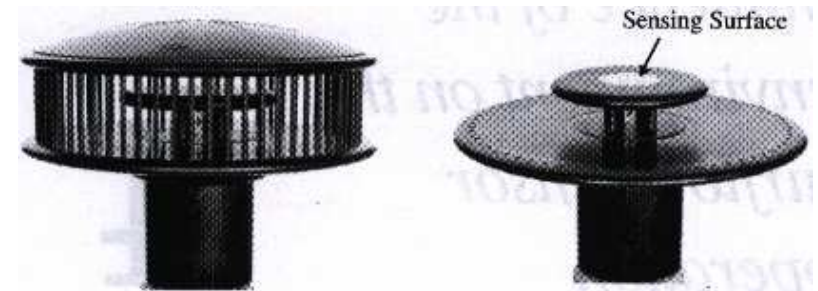


Caractéristique de transfert typique

Remarque : Les deux capteurs de température peuvent être remplacés par une thermopile. On peut aussi imaginer des structures fonctionnant en mode CTD avec deux éléments chauffants placés à proximité des deux capteurs thermiques,...

### Capteur de flux 2D (Mierij Meteo BV) :

En combinant une structure sensible symétrique par rotation de  $\pi/4$ , on peut construire un capteur de flux 2D. Un exemple est le capteur de vent développé par Mierij Meteo BV (Pays-Bas) pour des applications de mesure en météorologie.



Electronique discrète

4mm x 4mm  
Puce en silicium  
(Techno CMOS ou Bipolaire)

Les quatre thermopiles situées sur les bords de la puce permettent de mesurer les deux composantes orthogonales  $\delta T_{ns}$  (north-south) et  $\delta T_{ew}$  (east-west) qui permettront de déterminer les composantes orthogonales du flux d'air  $U_{ns}$  et  $U_{ew}$ .

Les quatres résistances chauffantes permettent d'engendrer une dissipation de chaleur symétrique sur la puce.

Enfin, le transistor NPN central sert à mesurer la température moyenne de la puce.

Il existe deux modes d'excitation (ou polarisation thermique) du capteur, selon que l'on contrôle la puissance dissipée  $P$  (mode CP) ou la température moyenne  $\Delta T$  par rapport à la température ambiante (mode CTD). Ces deux modes de polarisation sont associés à deux modes de lecture, selon que l'on mesure les gradients de température  $\delta T_{ns}$  et  $\delta T_{ew}$  (mode TG), où que l'on équilibre les différences de températures aux bornes des thermopiles (i.e. les gradients de température) et que l'on mesure les variations de puissance dissipées  $\delta P_{ns}$  et  $\delta P_{ew}$  nécessaires au maintien de cet équilibre (mode TB).

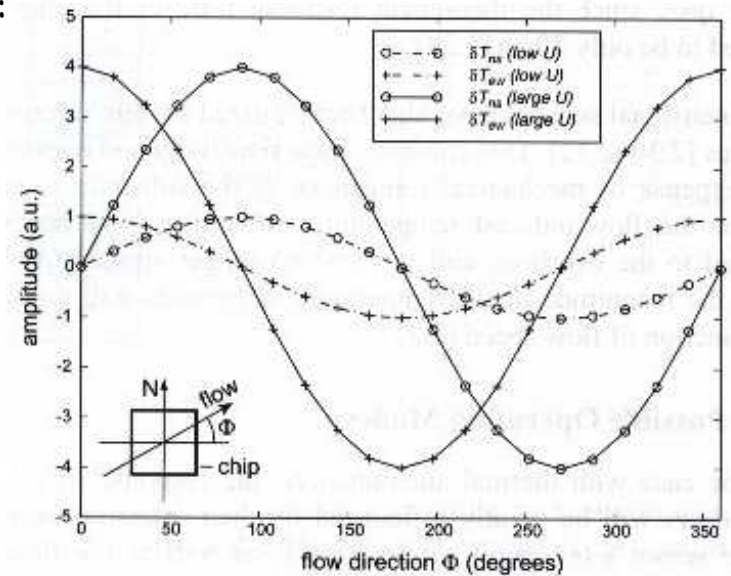
Par exemple, supposons que nous maintenions  $\Delta T$  constant (en jouant sur la puissance dissipée  $P$ ) et que nous lisions  $\delta T_{ns}$  et  $\delta T_{ew}$  (mode CTD-TG).

Dans ce cas, si les gradients de température  $\delta T$  ne sont pas trop élevés (ce qui est typiquement le cas vu que la structure sensible est massive (pas de membrane)), ils sont proportionnels à  $P$  (le gradient de température  $\delta T$  est égale au produit de la résistance thermique de la structure par le flux de chaleur, i.e.  $P$ ). Ainsi, puisque  $P$  est proportionnel à la racine carrée de  $U$  (car  $\Delta T = \text{cste}$ ), on a :

$$\frac{\delta T_{ns}}{\Delta T} = S \cdot \sqrt{U_{ns}} \quad \text{et} \quad \frac{\delta T_{ew}}{\Delta T} = S \cdot \sqrt{U_{ew}}$$

où  $S$  est une constante qui dépend de la géométrie du capteur et des propriétés physiques du fluide.

On peut alors déterminer la vitesse du flux  $U$  et sa direction  $\Phi$  :

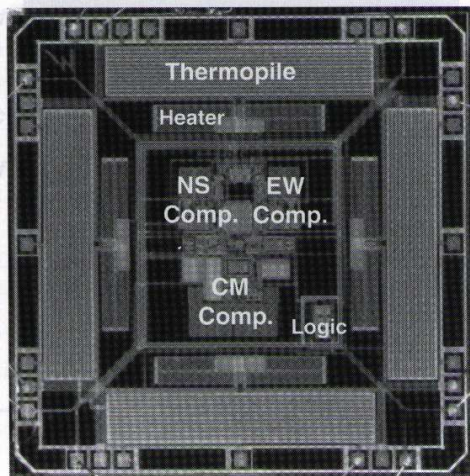


$$U = \sqrt{U_{ns}^2 + U_{ew}^2} = \frac{\sqrt{\delta T_{ns}^2 + \delta T_{ew}^2}}{S \cdot \Delta T}$$

$$\Phi = \arctg\left(\frac{U_{ns}}{U_{ew}}\right) = \arctg\left(\frac{\delta T_{ns}}{\delta T_{ew}}\right)$$

**Remarque :** La direction du flux est indépendante des caractéristiques du capteur et du fluide.

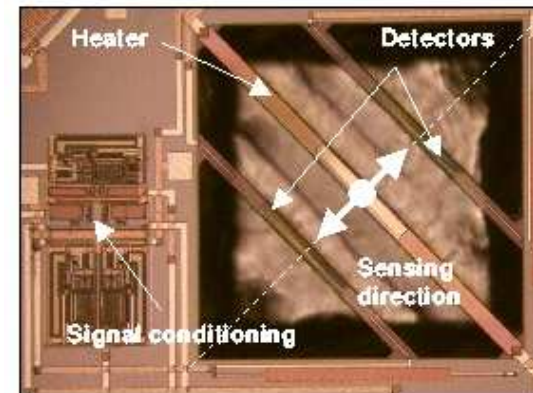
Avec un tel capteur, on arrive facilement à des précisions de  $\pm 2^\circ$  sur la direction et de  $\pm 3\%$  sur  $U$ . En raison de l'inertie thermique du dispositif, la bande passante est faible avec un temps de réponse typique de 40ms.



Les versions modernes de ce capteur intègre l'électronique de conditionnement à même la puce de silicium et permettent l'exploitation des divers modes de polarisation et de lecture.

### II.3. Micro-capteur thermique d'accélération, inclinomètre

En utilisant une structure sensible similaire à celle du capteur de flux 1D d'Honeywell, il est possible de réaliser des capteurs d'accélération.



La structure est encapsulée hermétiquement. Lorsqu'elle est immobile (ou en translation linéaire), le volume d'air emprisonné est chauffé de manière symétrique. En revanche, sous l'action d'une accélération, une

dissymétrie se crée entraînant une différence de températures entre les deux capteurs thermiques (montés en pont de Wheatstone), proportionnelle à l'accélération.

Pour  $P = 35\text{mW}$  (Température de l'élément chauffant de  $438^\circ\text{C}$ ), on obtient des sensibilités de l'ordre de  $375\text{mV/g}$ .

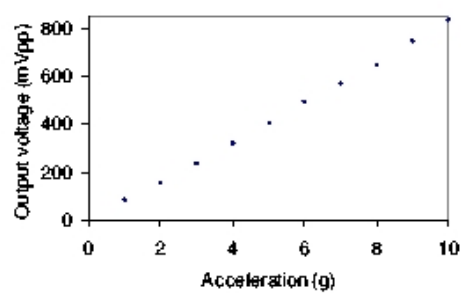


Fig. 4. Sensor output under sinusoidal acceleration (Gain=100).

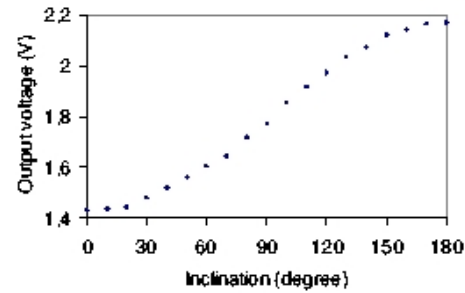
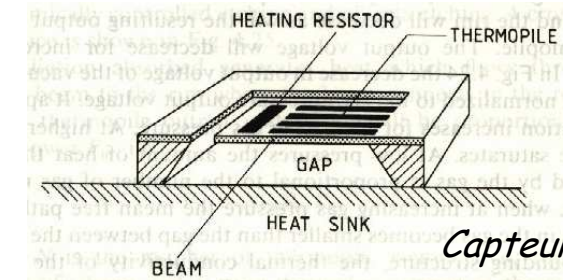


Fig. 2. Sensor output under inclination (Gain=1000).

Le micro-capteur peut être utilisé en inclinomètre, il mesure en fait l'accélération  $g$  de la terre. Une autre façon de voir les choses dans ce cas est de dire que l'air chaud monte...

## II.4. Micro-capteur de vide

En plaçant une thermopile sur une membrane avec un élément chauffant en bout de membrane, on construit un capteur de vide. En effet, lorsque le gaz entourant la membrane se raréfie, la conductivité thermique associée au gaz diminue. L'écart de températures aux bornes de la thermopile croît quasiment linéairement avec la diminution de la pression du gaz...



Capteur de vide

## II.5. Autres exemples de micro-capteurs thermiques

- Capteur de radiation
- Capteur de point de rosée
- Convertisseur true-rms (calibrateur) :

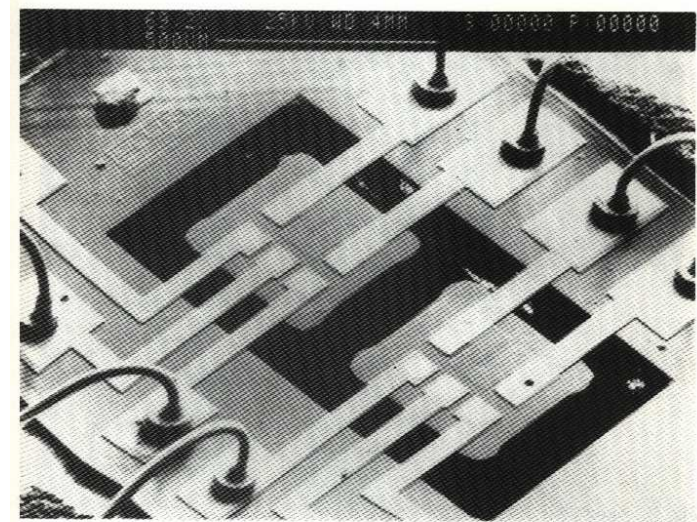


Fig. 20 Scanning electron micrograph of the transistor-sensed thermal converter, showing the two islands. (Courtesy of John Fluke Mfg. Co. Inc., Everett, WA 38206, USA)

[suite](#)

### III. Micro-capteurs magnétiques

#### III.1. Introduction

Les micro-capteurs magnétiques permettent de mesurer un champ magnétique. On les trouve dans de nombreuses applications :

- Cartographie magnétique terrestre
- Détection de défaut
- Détection de mines
- Mesure de courant sans contact
- Capteur de déplacement linéaire ou de rotation sans contact, notamment dans l'automobile
- Système de navigation magnétique
- ...

Les technologies CMOS (ou Bipolaires) permettent l'intégration directe de capteurs magnétiques sans avoir recours à un quelconque post-processing. On utilise pour cela (c.f. I.2.2) l'effet Hall (présence d'un champ électrique transverse à la direction du courant) ou la déviation des porteurs sous l'action du champ magnétique.

Les capteurs à effet Hall sont de loin les plus utilisés. Nous les décrirons donc plus en détail.

Nous verrons que les capteurs à effet Hall sur silicium (tout comme les MAGFET reposant sur la déviation des lignes de courant) ont des résolutions de l'ordre du microTesla. Si l'on veut obtenir de meilleures résolutions, il est nécessaire d'utiliser un post-processing permettant le dépôt de couches ferromagnétiques pour améliorer les qualités métrologiques du capteur, notamment sa sensibilité. Nous n'évoquerons pas ces types de capteurs par manque de temps.

#### III.2. Micro-capteurs à effet Hall

##### III.2.1 Analyse détaillée de l'effet Hall

Nous avons vu au paragraphe I.2.2 que le champ électrique  $E_e$  dans un matériau de type N parcouru par une densité de courant  $J_n$  et plongé dans un champ magnétique  $B$  est donné par :

$$E_e = \frac{J_n}{\sigma_n} + \frac{1}{q \cdot n} \cdot J_n \times B = E_{//} + E_{\perp}$$

Néanmoins, pour établir cette expression, nous avons implicitement supposé que la vitesse de dérive moyenne était la même pour tous les porteurs. Ceci n'est vrai qu'en première approximation. En effet, cette vitesse est donnée par :

$$v = \frac{\tau}{m^*} \cdot F_L = \frac{\mu_n}{q} \cdot F_L$$

où  $\tau$  représente le temps de relaxation des porteurs, directement lié au temps moyen entre deux collisions, et  $m^*$  leur masse effective (supposée isotrope vu que l'on considère le matériau non contraint mécaniquement et que l'on somme sur les électrons des six vallées).

S'il est vrai que  $m^*$  dépend peu de l'énergie  $E$  des porteurs tant que le champ électrique dans la structure n'est pas trop élevé, ce n'est pas vrai pour  $\tau$ . La vitesse de dérive des porteurs dépend donc de leur énergie au travers de  $\tau$ . Ainsi, lorsque l'on considère l'ensemble des porteurs quelque soit leur énergie, tout se passe macroscopiquement comme si chaque porteur avait une vitesse égale à la moyenne pondérée en énergie des vitesses  $v(E)$  :

$$\langle v \rangle = \frac{\int_{E_C}^{E_{\max}} v(E) \cdot N(E) \cdot F(E) \cdot dE}{\int_{E_C}^{E_{\max}} N(E) \cdot F(E) \cdot dE}$$

où  $N(E)$  représente la densité d'états dans la bande de conduction et  $F(E)$  la fonction de distribution de Fermi.

La densité de courant dans le matériau est alors donnée par :

$$J_n = -n \cdot q \cdot \langle v \rangle$$

Maintenant, pour évaluer l'effet de la force de Laplace, les électrons doivent être considérés en fonction de leur énergie  $E$ . Ils ont une vitesse  $v(E)$  solution de l'équation :

$$v(E) = \frac{\tau(E)}{m^*} \cdot F_L = -q \frac{\tau(E)}{m^*} \cdot E_e - q \frac{\tau(E)}{m^*} \cdot v(E) \times B$$

On résout cette équation de la même manière qu'en I.2.2 pour la résolution de  $J_n$  en fonction de  $E_e$  et  $B$ , et l'on obtient :

$$v = \frac{-\frac{q\tau}{m^*} E_e + \left(\frac{q\tau}{m^*}\right)^2 E_e \times B - \left(\frac{q\tau}{m^*}\right)^3 (E_e \bullet B) \cdot B}{1 + \left(\frac{q\tau}{m^*}\right)^2 B^2}$$

La vitesse de dérive moyenne des électrons (pondérée en énergie) est donc :

$$\langle v \rangle = - \left\langle \frac{\frac{q\tau}{m^*}}{1 + \left(\frac{q\tau}{m^*}\right)^2 B^2} \right\rangle \cdot E_e + \left\langle \frac{\left(\frac{q\tau}{m^*}\right)^2}{1 + \left(\frac{q\tau}{m^*}\right)^2 B^2} \right\rangle \cdot E_e \times B - \left\langle \frac{\left(\frac{q\tau}{m^*}\right)^3}{1 + \left(\frac{q\tau}{m^*}\right)^2 B^2} \right\rangle \cdot (E_e \bullet B) \cdot B$$

La mobilité des électrons dans le silicium  $\mu_n = q\tau/m^*$  est de l'ordre de 1200 cm<sup>2</sup>/Vs. Ainsi :

$$\left(\frac{q \cdot \tau}{m^*}\right)^2 B^2 < 1 \Leftrightarrow B < \frac{1}{\sqrt{\frac{q \cdot \tau}{m^*}}} = \frac{1}{\sqrt{0,12}} = 2,89T$$

➔ Pour les valeurs usuelles de champ magnétique, on peut négliger le terme  $(q\tau/m^*)^2 B^2$  devant 1 et l'on a pour la densité de courant  $J_n$  :

$$J_n = nq \frac{q}{m^*} \langle \tau \rangle E_e - nq \left(\frac{q}{m^*}\right)^2 \langle \tau^2 \rangle E_e \times B + nq \left(\frac{q}{m^*}\right)^3 \langle \tau^3 \rangle (E_e \bullet B) \cdot B$$

Par des techniques de calcul similaires à celles utilisées en I.2.2., on peut inverser cette expression pour obtenir  $E_e$  en fonction de  $J_n$  et  $B$  :

$$E_e = \frac{J_n}{\sigma_n} - R_H \cdot J_n \times B + P_H \cdot (J_n \bullet B) \cdot B$$

Relation fondamentale de l'effet Hall

où :

$$\sigma_n = n \cdot q \cdot \frac{q \cdot \langle \tau \rangle}{m^*} = n \cdot q \cdot \mu_n$$

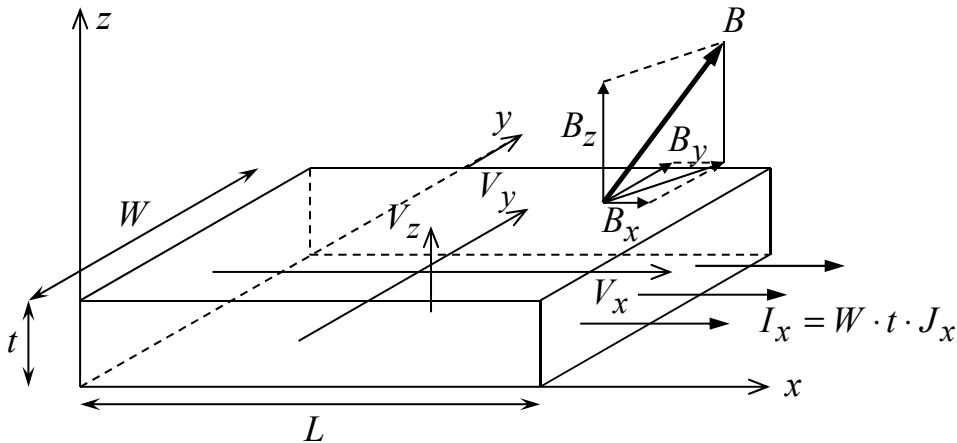
$$R_H = - \frac{\langle \tau^2 \rangle}{n \cdot q \langle \tau \rangle^2}$$

$$P_H = \frac{q \cdot \langle \tau \rangle}{n \cdot q} \cdot \left( \frac{\langle \tau^2 \rangle^2}{\langle \tau \rangle^4} - \frac{\langle \tau^3 \rangle}{\langle \tau \rangle^3} \right) = \frac{\mu_n}{n \cdot q} \cdot \left( \frac{\langle \tau^2 \rangle^2}{\langle \tau \rangle^4} - \frac{\langle \tau^3 \rangle}{\langle \tau \rangle^3} \right)$$

Remarque : Lorsque l'on tient compte de la dispersion dans les vitesses des porteurs, il apparaît un nouveau terme dans l'expression de  $E_e$  colinéaire à  $B$  !

### III.2.2 Plaque à effet Hall

Considérons une plaque de silicium dopée uniformément de type N et imposons un courant de densité  $J_x$  ( $J_y = J_z = 0$ ) :



En développant chacune des composantes de la relation vectorielle fondamentale de l'effet Hall, on obtient :

$$E_x = \frac{J_x}{\sigma_n} + P_H \cdot J_x \cdot B_x^2$$

$$E_y = R_H \cdot J_x \cdot B_z + P_H \cdot J_x \cdot B_x \cdot B_y$$

$$E_z = -R_H \cdot J_x \cdot B_y + P_H \cdot J_x \cdot B_x \cdot B_z$$

Les composantes du champ électrique,  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$  sont à l'origine de différences de potentiels  $V_x$ ,  $V_y$  et  $V_z$  sur les faces latérales de la plaque.

### Champ magnétique perpendiculaire au courant :

Si le champ magnétique dans lequel baigne la plaque reste perpendiculaire au courant, i.e.  $B_x = 0$ , alors par intégration des composantes du champ électrique, on a :

$$V_x = \frac{L}{W \cdot t \cdot \sigma_n} \cdot I_x = R_{in} \cdot I_x$$

$$V_y = -\frac{R_H}{t} \cdot I_x \cdot B_z$$

$$V_z = -\frac{R_H}{W} \cdot I_x \cdot B_y$$

Il suffit alors de placer des petits contacts de mesure pour recueillir la tension  $V_y$ , dite tension de Hall,  $V_H$ , qui est proportionnelle à  $B_z$ , composante du champ magnétique perpendiculaire au plan de la plaque (de la puce) :

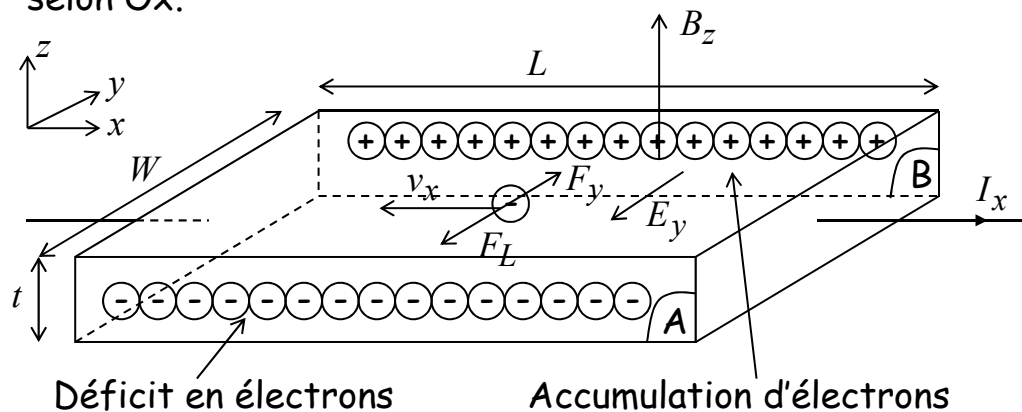
$$V_H = V_y = -\frac{R_H}{t} \cdot I_x \cdot B_z = \frac{\langle \tau^2 \rangle / \langle \tau \rangle^2}{q \cdot n \cdot t} \cdot I_x \cdot B_z = \frac{r_H}{q \cdot n \cdot t} \cdot I_x \cdot B_z$$

### Remarques :

- 1) Dans le silicium, pour les électrons  $r_H \approx 1,15$ . La dispersion de la vitesse des porteurs sur  $V_H$  n'est pas négligeable !
- 2) La tension de Hall est inversement proportionnelle à l'épaisseur de la plaque  $t$ .

3) Il existe aussi une tension de Hall  $V_z$  proportionnelle à  $B_y$ . Mais ici  $V_z$  est inversement proportionnelle à  $W$  (épaisseur de la plaque) ! D'autre part, en technologie planaire il n'est pas possible de placer des contacts de mesure « sous » la plaque. Il n'est donc pas possible de mesurer  $V_z$  !

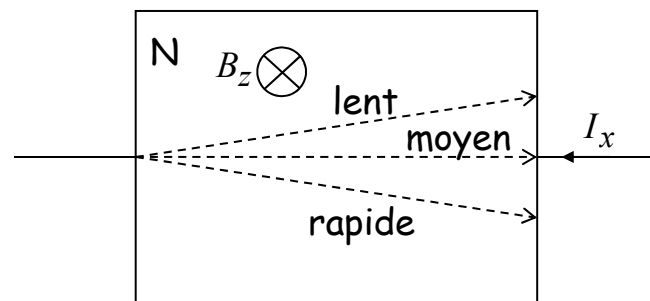
4) La tension de Hall  $V_H$  apparaît car les faces latérales de la plaque sont maintenues sous haute impédance (il n'y a pas de courant  $J_y$ ). Ainsi, à l'allumage du champ  $B_z$ , les électrons sont déviés vers une des faces de la plaque en raison de la force de Lorentz  $F_L = -qv \times B = qv_x B_z$  et l'on a un déficit d'électrons sur l'autre face. La présence de charges surfaciques latérales engendre le champ électrique  $E_y$ . Sous l'action du champ  $E_y$ , les électrons sont soumis à la force électrique  $F_y = -qE_y$  qui s'oppose à la force de Lorentz, rétablissant une circulation d'électrons seulement selon  $Ox$ .



5) Si dans le calcul de la relation fondamentale de l'effet Hall on ne néglige plus le terme  $q\tau/m^*B^2$  devant 1 et que l'on se limite à un DL à l'ordre 1 vis-à-vis de ce terme, on montre (facile, mais calcul long à développer) que la résistance d'entrée  $R_{in}$  de la plaque est donnée par :

$$R_{in} = \frac{L}{W \cdot t \cdot \sigma_n} \left[ 1 + \mu_n^2 \cdot \left( \frac{\langle \tau^3 \rangle}{\langle \tau \rangle^3} - \frac{\langle \tau^2 \rangle^2}{\langle \tau \rangle^4} \right) \cdot B^2 \right]$$

La plaque à effet Hall peut donc aussi être vue comme une magnétorésistance. On appelle ce phénomène l'effet de *magnétorésistance physique*. Son interprétation physique est simple. Les électrons de faible vitesse ( $\tau$  inférieur au  $\tau$  moyen) sont soumis à une force de Lorentz qui ne compense pas la force électrique et inversement. Globalement, en présence d'un champ  $B$ , les électrons parcourent des distances plus grandes  $\rightarrow$  la résistance de la plaque augmente :



Comme la magnétorésistance varie en  $\mu_n^2 B^2$ , qui est négligeable devant 1 pour des champs typiques inférieurs au Tesla, ce phénomène n'est pas exploitable avec des plaques en silicium.

### Champ magnétique quelconque :

Lorsque le champ  $B$  est quelconque, i.e. lorsque  $B_x \neq 0$ , la tension de Hall est affectée d'un nouveau terme proportionnel au produit des composantes du champ dans le plan de la plaque  $B_x B_y$ . Cet effet découvert en 1954 est appelé *l'effet Hall planaire*. On a :

$$V_H = \frac{r_H}{q \cdot n \cdot t} \cdot I_x \cdot B_z + \frac{\mu_n \cdot \left( \frac{\langle \tau^3 \rangle}{\langle \tau \rangle^3} - \frac{\langle \tau^2 \rangle^2}{\langle \tau \rangle^4} \right)}{q \cdot n \cdot t} \cdot I_x \cdot B_x \cdot B_y$$

$$V_H = S_I \cdot I_x \cdot B_z + S_{PI} \cdot I_x \cdot B_x \cdot B_y$$

Pour des plaques dopées typiquement autour de  $10^{16} \text{cm}^{-3}$ , on a :

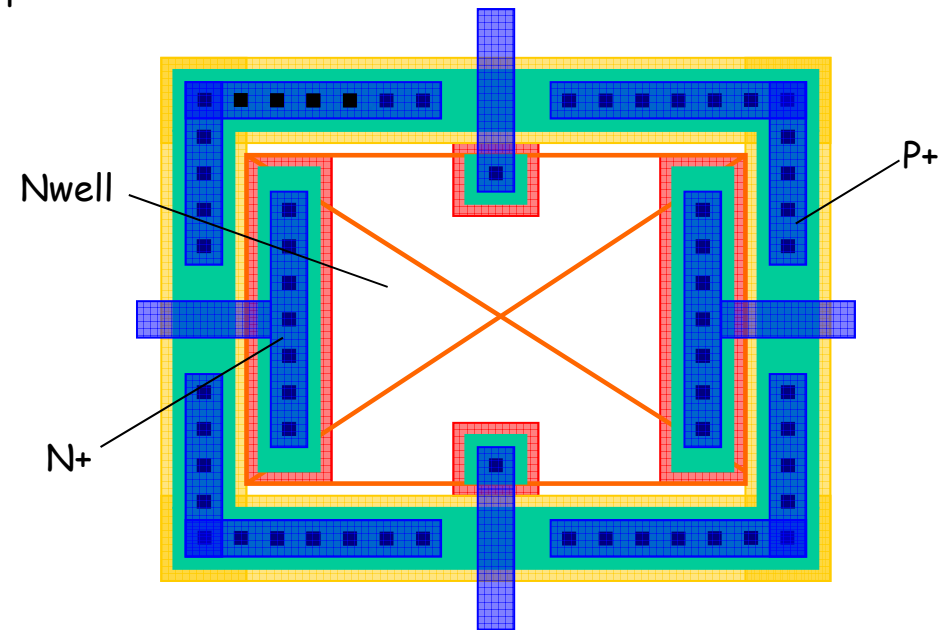
$$\frac{S_{PI}}{S_I} \approx 8\%$$

➔ L'effet Hall planaire peut devenir gênant pour des applications de mesures en champ fort.

Remarque : Nous négligerons cet effet par la suite.

### Plaque à effet Hall conventionnelle en CMOS (HHD : Horizontal Hall Device) :

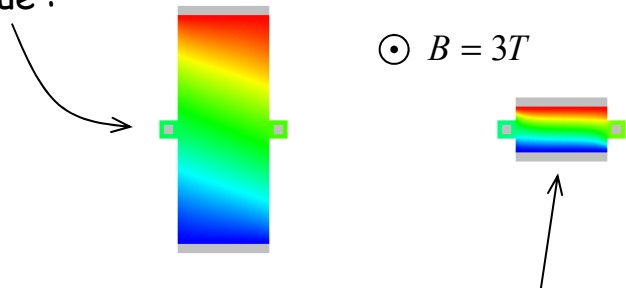
On utilise simplement le caisson N (N-well) de la technologie pour réaliser la plaque à effet Hall que l'on appelle aussi HHD car le courant de polarisation passe « horizontalement » dans la puce :



L'anneau de garde en P+ sert à parfaitement polariser le substrat tout autour de la plaque à effet Hall. On minimise ainsi les perturbations sur la tension de Hall dues à des éventuels courants parasites passant à travers le substrat sous le caisson N, courants pouvant provenir d'un couplage A/N.

### Effet de court-circuit :

Afin que les équipotentielles puissent s'incliner, i.e. que la tension de Hall apparaissent, la plaque doit être assez longue :



Pour une plaque courte,  $V_H$  est « court-circuitée » par les contacts de polarisation (et de mesure).

Ceci se traduit dans l'expression de la tension de Hall par le facteur de correction géométrique  $0 < G < 1$  :

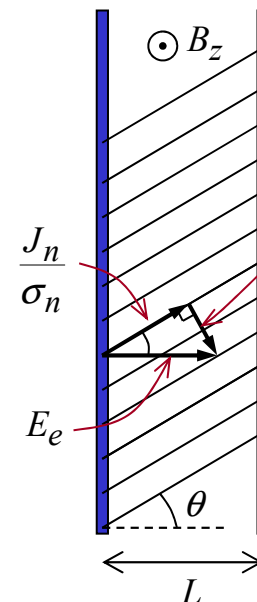
$$V_H = \frac{G \cdot r_H}{q \cdot n \cdot t} \cdot I_x \cdot B_z = S_I \cdot I_x \cdot B_z = S_A \cdot B_z$$

On peut montrer qu'il faut une plaque avec au moins  $L/W > 3$  pour avoir  $G = 1$ .

Remarque : Ce phénomène limite la sensibilité absolue de la plaque à effet Hall car sa résistance d'entrée  $R_{in}$  est élevée limitant le courant de polarisation  $I_x$  au travers de la tension d'alimentation du circuit.

Ceci ne veut pas dire que la plaque à effet Hall courte est insensible au champ magnétique. Dans une plaque courte les lignes de courant sont inclinées car le champ de Hall n'a pas suffisamment « d'espace » pour s'établir et engendrer une force électrique s'opposant à la force de Lorentz. Les porteurs parcourent alors un chemin plus long, c'est *l'effet magnétorésistif géométrique*.

En négligeant l'effet Hall planaire, on a :



$$E_e = \frac{J_n}{\sigma_n} - R_H \cdot J_n \times B_z$$

Les lignes de courant font un angle  $\theta$  avec le champ électrique  $E_e$  donné par :

$$\tan(\theta) = \frac{-R_H \cdot B_z}{\sigma_n} = \frac{r_H}{n \cdot q} \cdot n \cdot q \cdot \mu_n \cdot B_z$$

$$\tan(\theta) = r_H \cdot \mu_n \cdot B_z \approx \theta$$

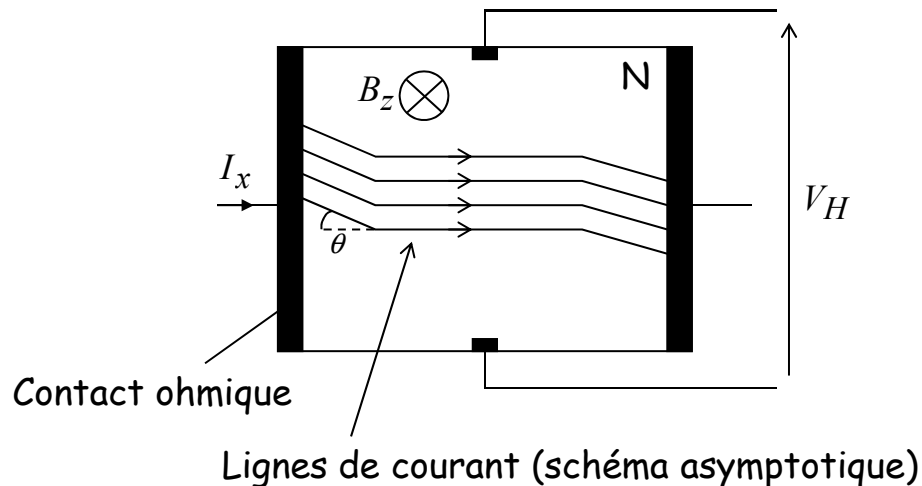
pour les valeurs usuelles de champ magnétique

Si  $L$  est la longueur de la plaque courte, les électrons parcourent une distance de :

$$L_B = \frac{L}{\cos(\theta)} \approx \frac{L}{1 - \theta^2} \approx L \cdot \left[ 1 + (r_H \cdot \mu_n \cdot B_z)^2 \right]$$

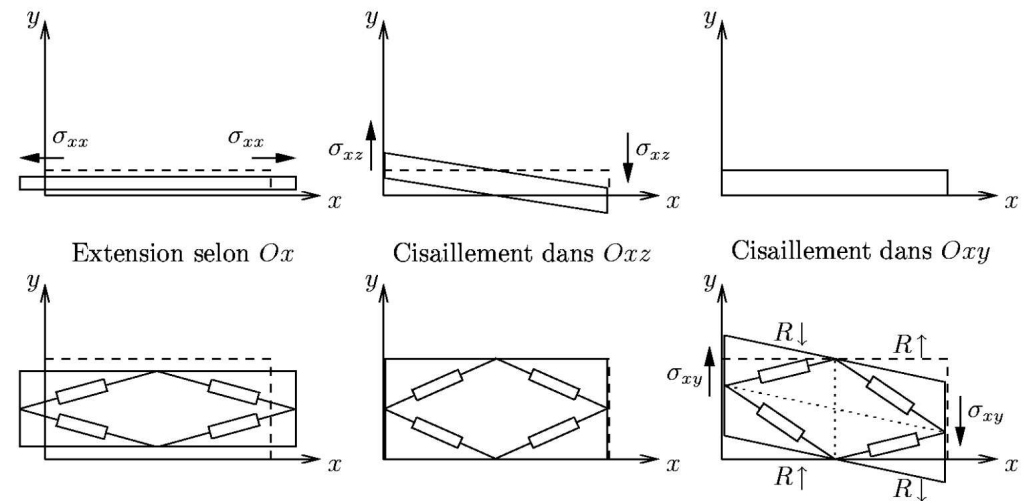
Par conséquent l'effet magnétorésistif géométrique varie (comme l'effet magnétorésistif physique) en  $\mu_n^2 B^2$ . Il n'est donc pas exploitable sur silicium.

N.B.: Pour une plaque longue, les lignes de courant sont inclinées au voisinage des contacts de polarisation. La résistance d'entrée d'une plaque longue varie donc aussi par effet magnétorésistif géométrique !



### Offset :

D'après la figure ci-dessous, on constate qu'une plaque à effet Hall est sensible à une contrainte de cisaillement. Une telle contrainte engendre un offset. *Le cisaillement est la source principale d'offset.* L'autre source est liée à un désalignement des contacts de mesure.



### Polarisation d'une plaque à effet Hall :

Une plaque à effet Hall n'étant ni plus ni moins qu'une résistance (réalisée dans le caisson N de la technologie CMOS), on la polarise soit à tension constante, soit à courant constant.

a) Polarisation à tension constante  $V_{pol}$ :

La résistance d'entrée  $R_{in}$  de la plaque s'exprime par :

$$R_{in} = \frac{L}{W \cdot t \cdot \sigma_n} \Rightarrow I_{pol} = \frac{V_{pol}}{R_{in}} = \frac{W \cdot t \cdot \sigma_n}{L} \cdot V_{pol}$$

Par conséquent, la sensibilité absolue de la plaque vaut :

$$S_A = \frac{G \cdot r_H}{n \cdot q \cdot t} \cdot I_{pol} = G \cdot r_H \cdot \frac{W}{L} \cdot \mu_n \cdot V_{pol}$$

A tension de polarisation constante, la sensibilité du capteur est proportionnelle à la mobilité  $\mu_n$ . Or la mobilité dépend fortement de la température. Polarisée en tension, la sensibilité de la plaque à effet Hall sera fortement dépendante de la température !! D'autre part, la résistance  $R_{in}$  est soumise aux effets de magnétorésistance physique et géométrique, ce qui, à tension de polarisation constante, entraîne des variations du courant de polarisation  $I_{pol}$ , donc de la non-linéarité dans la caractéristique du capteur !

➡ Il est préférable d'éviter une polarisation en tension pour les plaques à effet Hall.

b) Polarisation à courant constant  $I_{pol}$ :

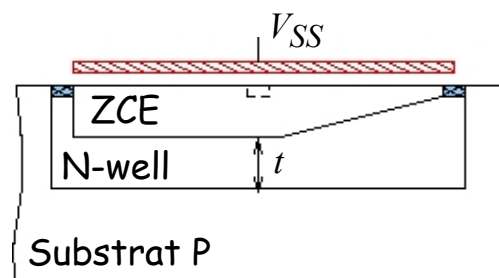
La sensibilité absolue du capteur est donnée par :

$$S_A = \frac{G \cdot r_H}{n \cdot q \cdot t} \cdot I_{pol} = S_I \cdot I_{pol}$$

Elle ne dépend que très faiblement de la température au travers de  $n$  et  $r_H$ .

➡ On préfère polariser une plaque à effet Hall à courant constant.

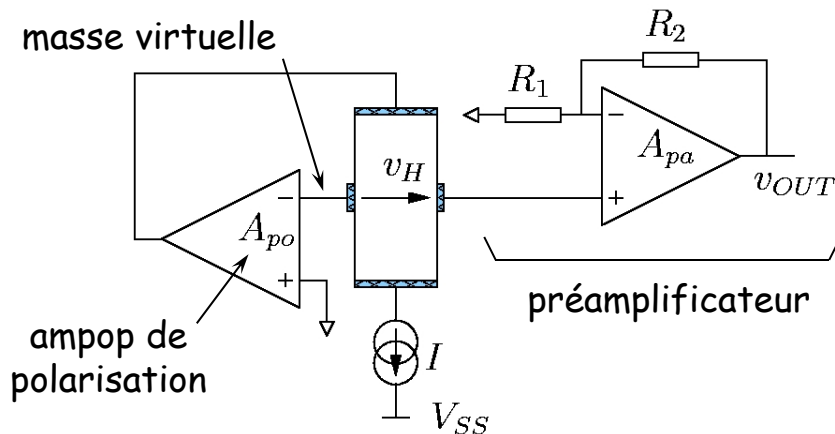
Remarque : Il est possible d'améliorer la sensibilité relative au courant  $S_I$  en dessinant une grille en polysilicium au dessus de la plaque. En connectant cette grille à un potentiel « bas », le plus simple est de la connecter à  $V_{SS}$ , on crée une zone de charge d'espace (ZCE) sous l'oxyde de grille, comme dans un PMOS. Cette ZCE est déplettée en porteur et réduit l'épaisseur effective  $t$  de la plaque.



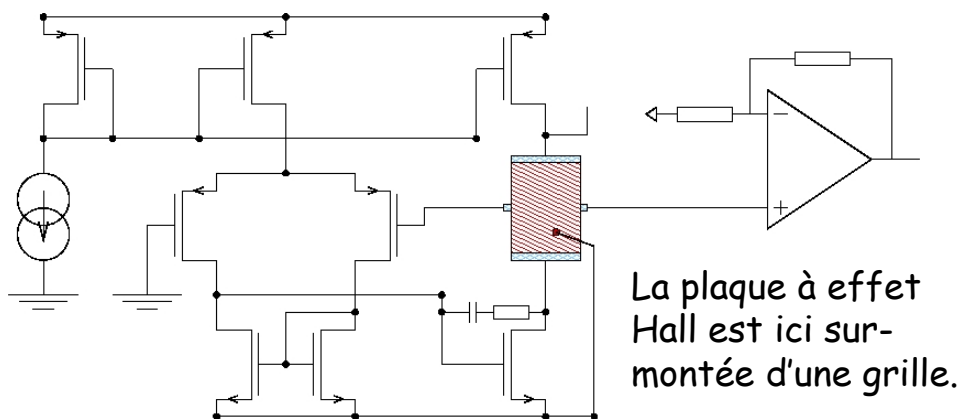
N.B.: On peut aussi remplacer la grille par une diffusion P+.

### c) Schémas de polarisation-préamplification :

#### Implémentation conventionnelle



#### Implémentation optimisée sur puce



### Caractéristiques métrologiques d'une plaque typique réalisée en technologie CMOS :

#### a) Sensibilité :

Typiquement,  $n \approx 3 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $t \approx 2 \mu\text{m}$ ,  $G \cdot r_H \approx 1$ , ainsi :

$$S_I = \frac{G \cdot r_H}{n \cdot q \cdot t} = \frac{1}{3 \cdot 10^{22} \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 2 \cdot 10^{-6}} \approx 100 \text{ V / AT}$$

La résistance carrée des caissons N étant de l'ordre du kiloOhm, pour une plaque trois fois plus longue que large on a :

$R_{in} \approx 3 \text{ k}\Omega \Rightarrow$  Le courant  $I_{pol}$  est limité à  $1 \text{ mA}$  typiquement.

La sensibilité absolue typique d'une plaque à effet Hall en technologie CMOS est de l'ordre de  $100 \text{ mV/T}$ .

#### b) Bruit - Résolution :

La résistance vue entre les contacts de mesure est typiquement de  $2 \text{ k}\Omega$ . Cette résistance est le siège de bruit thermique, mais aussi de bruit en  $1/f$ , généralement dominant aux fréquences habituelles de mesure ( $< 1 \text{ kHz}$ ).

La sensibilité absolue des plaques à effet Hall en silicium n'étant pas très élevée, on atteint typiquement des résolutions de  $1$  à  $10 \mu\text{T}$ .

### c) Offset :

On peut facilement avoir des offsets de l'ordre de 0,5 à 1mV en sortie d'une plaque à effet Hall (pour un courant de polarisation typique de 1mA). Ainsi, pour une sensibilité absolue de 100mV/T, ceci correspond à un offset ramené en entrée du capteur de :

$$B_{off} = \frac{1mV}{100mV/T} = 10mT !!$$

### d) Linéarité :

Elle est généralement très bonne, meilleure que  $10^{-4}$  sur des dynamiques de mesure pouvant atteindre plusieurs centaines de milliTesla.

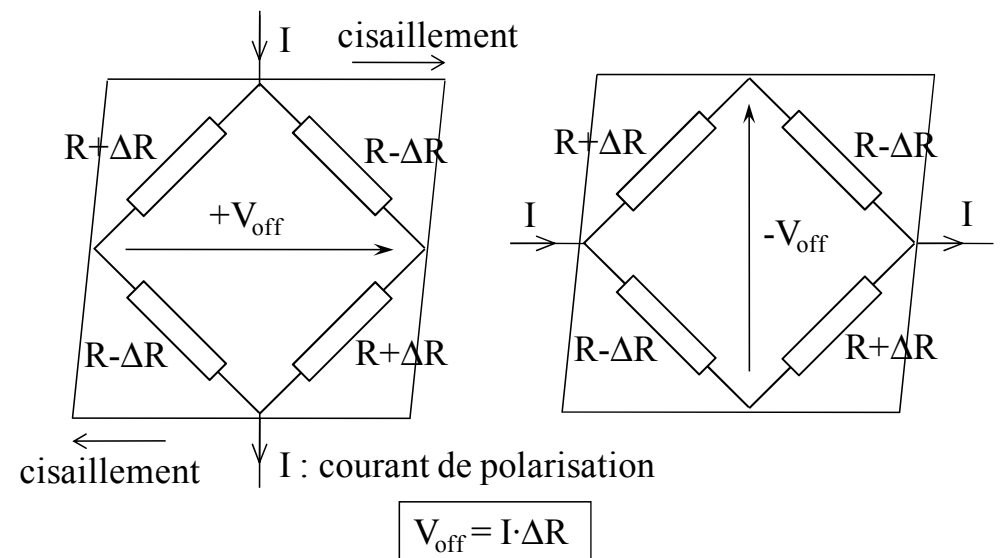
### e) Temps de réponse :

Une plaque à effet Hall répond très rapidement, avec une constante de temps de l'ordre de la picoseconde, car l'accumulation des charges sur les faces latérales de la plaque se fait à la vitesse de relaxation des porteurs.

➡ Ce n'est pas la plaque à effet Hall qui limite la bande passante de mesure, mais la chaîne instrumentale en aval.

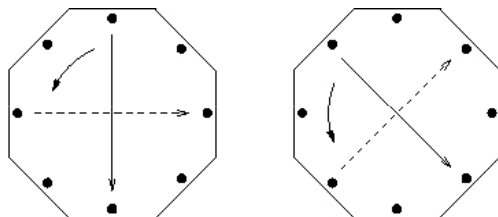
## III.2.3 Technique du spinning-current

Un des inconvénients majeurs des plaques à effet Hall est leur offset très élevé. Il est nécessaire de le supprimer lorsque l'on veut faire des mesures de champ DC. La technique de référence pour cela est la technique dite du *spinning-current*. Elle repose sur le fait que l'offset dépend de la direction du courant de polarisation alors que la sensibilité magnétique n'en dépend pas. On utilise alors des plaques symétriques par rotation, par exemple des plaques carrées symétriques par rotation de  $\pi/4$ , et l'on injecte le courant successivement dans la plaque comme s'il tournait autour de celle-ci (d'où le nom de spinning-current) :



En faisant la moyenne des tensions de Hall  $V_H$  obtenues après un demi-tour, on supprime l'offset.

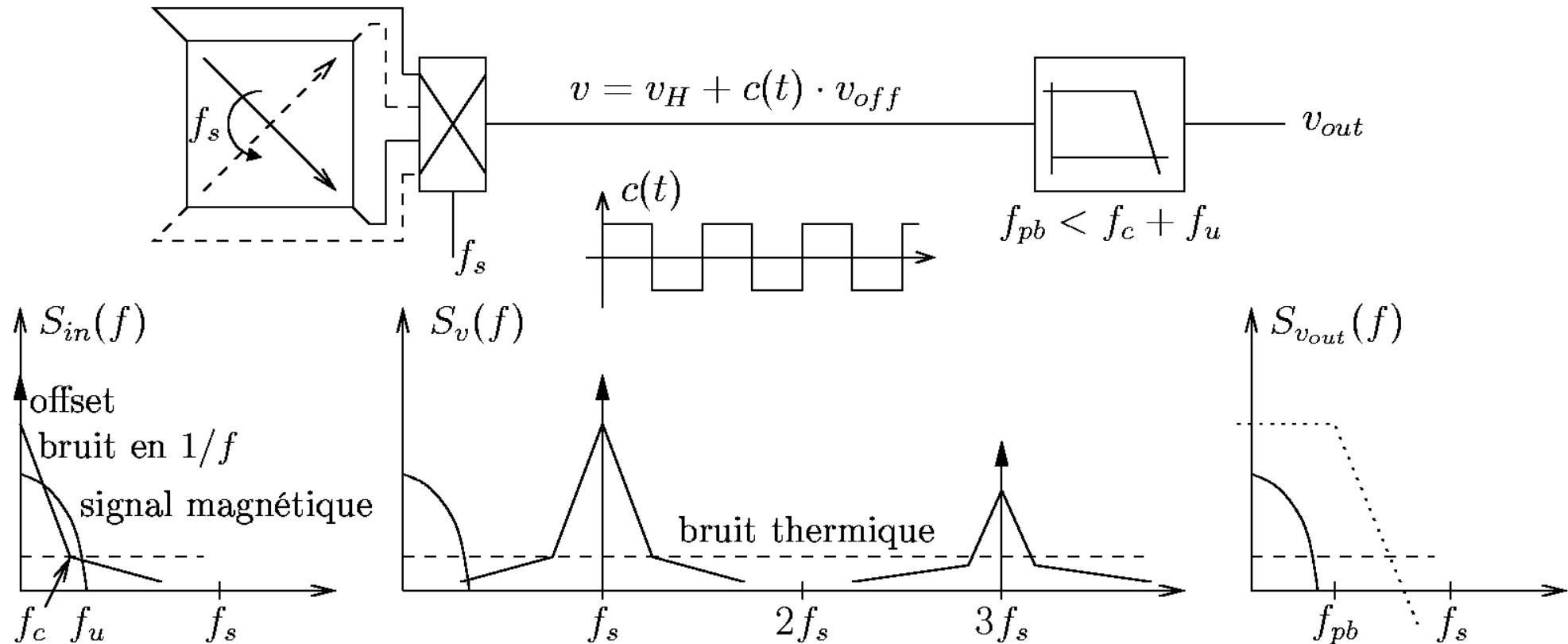
Remarque : Si l'offset est dû à une contrainte uniforme au sein de la puce, une plaque symétrique par rotation de  $\pi/4$  est suffisante (périodicité d'offset de  $\pi$ ). En réalité, l'offset présente au second ordre des périodicités angulaires inférieures à  $\pi$ . On peut alors utiliser des plaques symétriques par rotation de  $\pi/8$ ,  $\pi/16$ ,...



### Interprétation du spinning-current en terme de traitement de signal :

L'offset en sortie de la plaque vaut successivement  $\pm V_{\text{off}}$ . Par conséquent, tout se passe d'un point de vue mathématique comme si le signal d'offset était multiplié par la fonction créneau  $\pm 1$  de fréquence  $f_s$ , fréquence du « spinning ». L'offset module donc le signal créneau et se trouve décalé dans le domaine fréquentiel autour de la fondamentale  $f_s$  et de ses harmoniques.

suite



Il suffit alors d'un simple filtre passe-bas pour récupérer le signal utile, exempt d'offset.

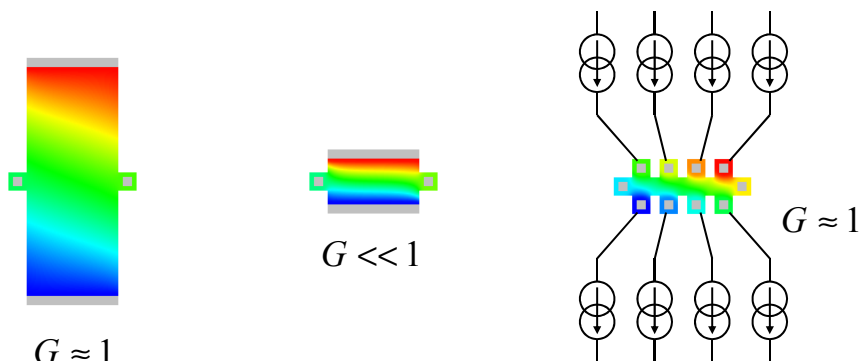
[suite](#)

### Suppression du bruit en $1/f$ intrinsèque à la plaque par spinning-current :

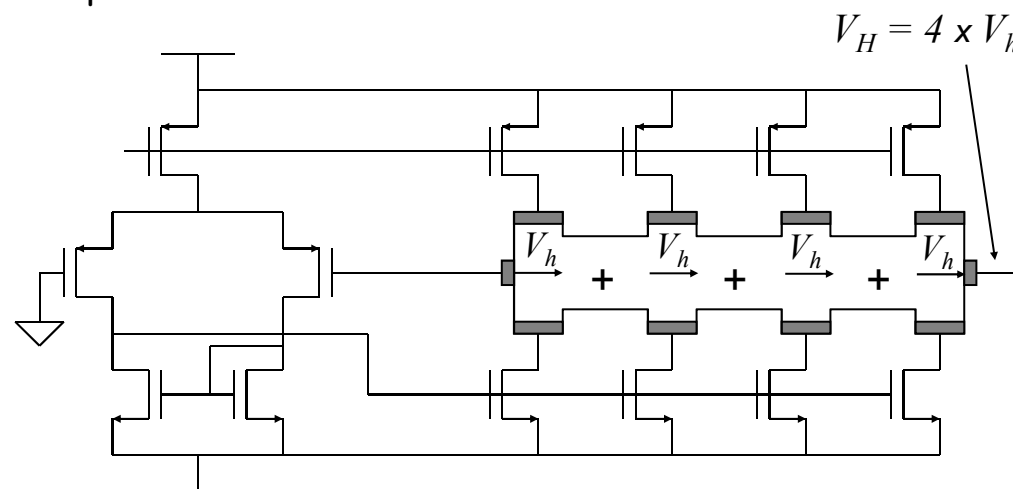
D'autre part, comme le bruit en  $1/f$  peut être vu comme un offset variable à basse fréquence, il est aussi supprimé par spinning-current. Attention cependant à ce que la fréquence de spinning soit supérieure à au moins 2 fois la fréquence de coude (corner frequency) pour ne pas retrouver de bruit en  $1/f$  dans la bande utile par repliement spectral !

### III.2.4 Capteur multi-bandes

La technique du spinning-current ne permet cependant pas d'augmenter la sensibilité absolue du capteur de Hall, autre caractéristique métrologique fondamentale. Pour cela, il est nécessaire d'injecter un courant de polarisation élevé, ce qui doit être fait avec un capteur court exempt d'effet de court-circuit → *Capteur multi-bandes* :



Pour pouvoir fonctionner, le capteur multi-bandes a besoin d'un circuit de polarisation spécifique afin d'injecter les courants de polarisation élémentaires dans la structure de sorte que les potentiels sur les contacts de polarisation élémentaires s'établissent de manière indépendante, permettant ainsi à la tension de Hall de s'établir malgré que le capteur soit court :



La sensibilité d'un capteur à N bandes est N fois la sensibilité d'une plaque rectangulaire conventionnelle (mono-bande).

Remarque : Cette affirmation n'est rigoureusement vraie que si les résistances de sortie des transistors de polarisation sont infinies. En pratique, on a un peu moins que N fois la sensibilité.

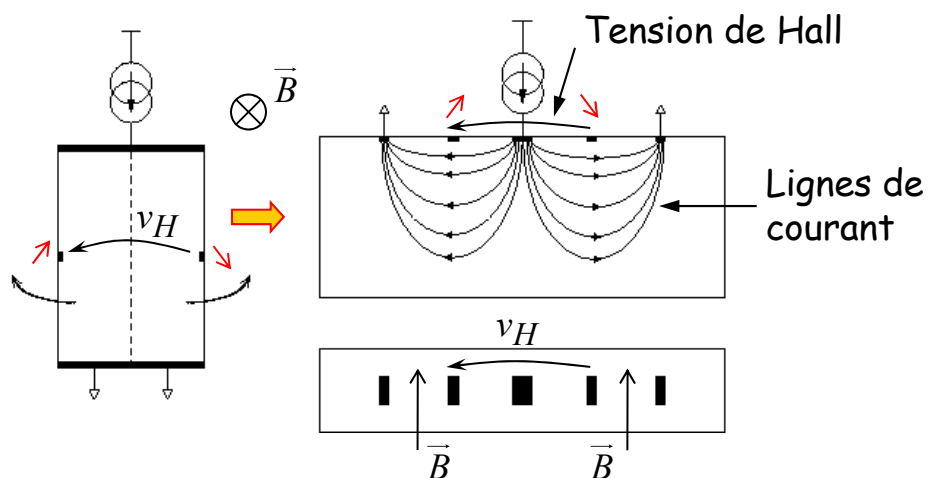
D'autre part l'inconvénient du capteur multi-bandes est de présenter un offset très élevé, égal à N fois l'offset d'un capteur mono-bande conventionnel ! On peut toutefois imaginer appliquer la technique du spinning-current au capteur multi-bandes pour résoudre cet inconvénient (c.f. cours Architectures Analogiques R-03)

### III.2.5 Capteur à effet Hall verticaux

#### VHD (Vertical Hall Device) conventionnel:



Concept de capteur vertical, sensible à la composante du champ magnétique dans le plan de la puce, perpendiculaire aux lignes de courant injectées verticalement.

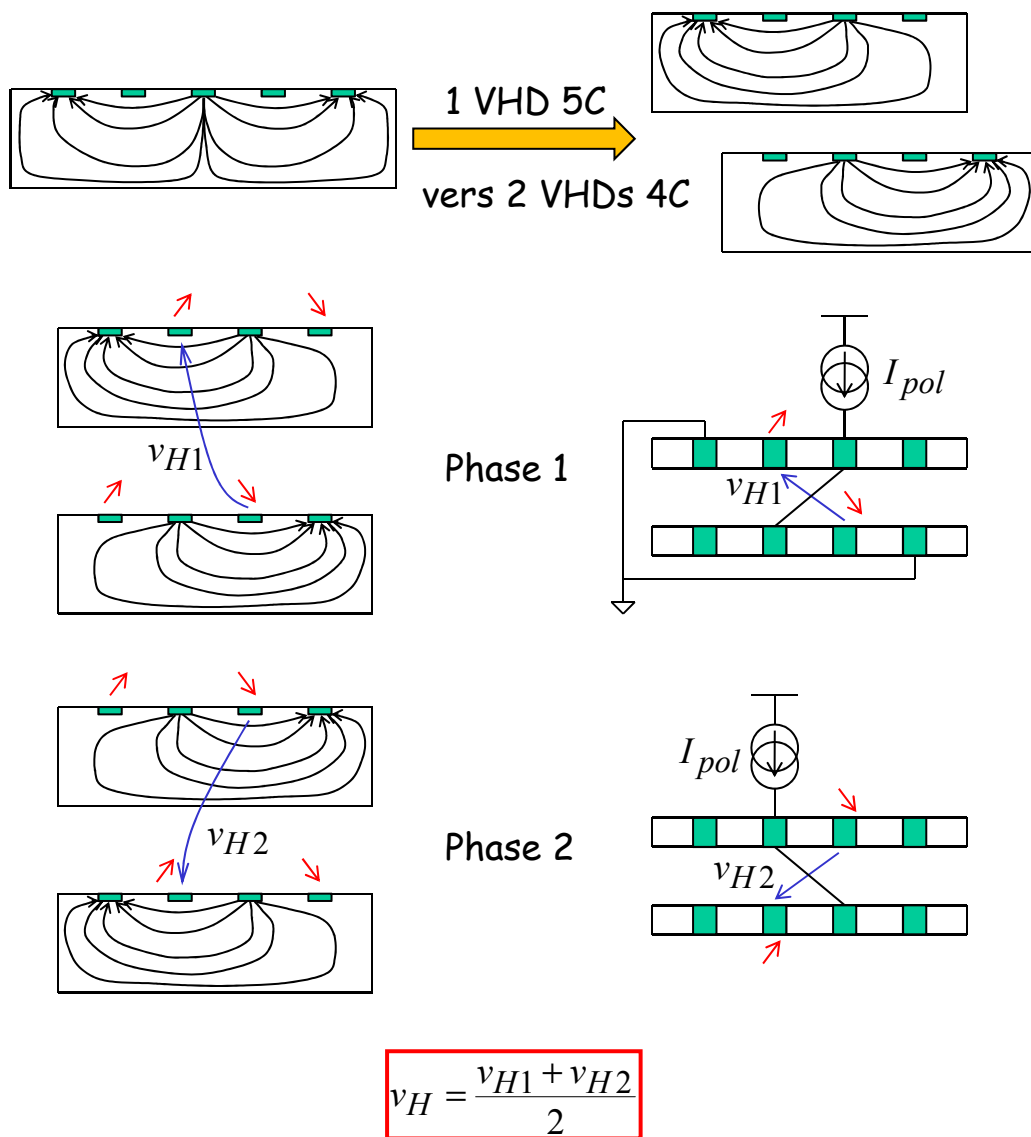


Cette structure a été proposée en 1983/1984. Pour éviter le court-circuit du courant de polarisation par les contacts de mesure, le courant doit passer préférentiellement en profondeur dans la structure → Les VHD conventionnels ont été réalisés sous forme de composants discrets, sur substrat N (pas d'électronique co-intégrée) jusqu'à très récemment.

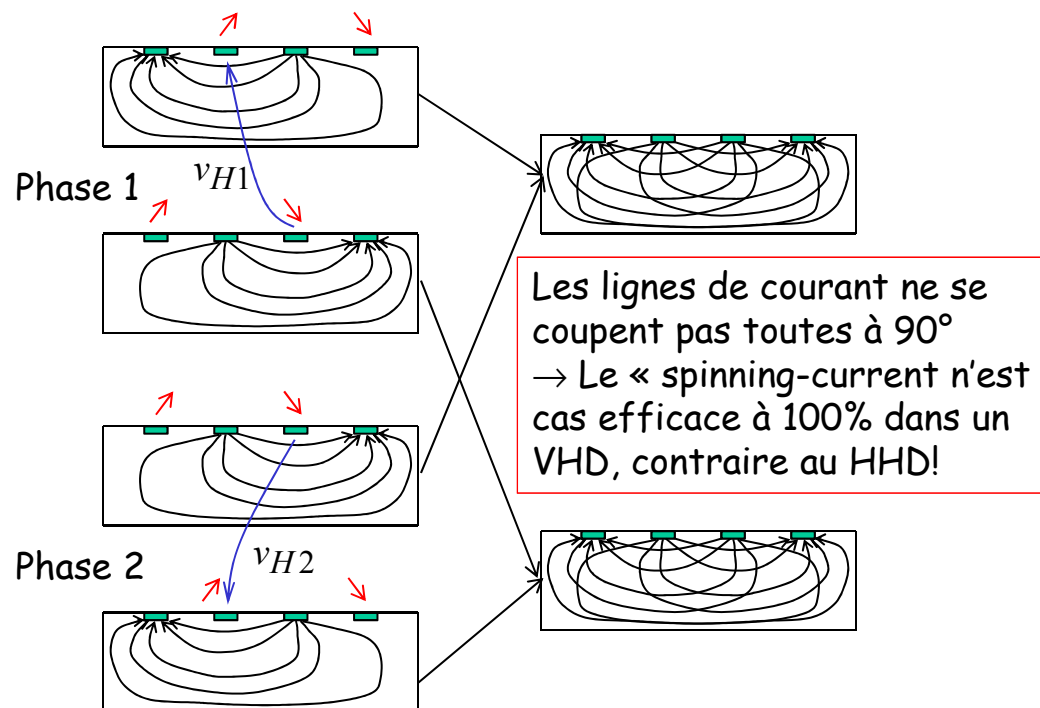
Remarque : Même en l'absence de tout court-circuit (contacts ponctuels), on peut montrer que la sensibilité relative au courant du VHD est inférieure à celle du HHD en raison de la courbure des lignes de courant. Dans le meilleur des cas (caisson très profond), on obtient  $S_{IVHD} \approx 0,75 \cdot S_{IHHD}$ .

En 2002, un premier VHD conventionnel est implémenté dans une technologie CMOS haute-tension contenant des caissons N de profondeur  $t = 7\mu\text{m}$  → La résolution du micro-magnétomètre reste néanmoins très modeste, de l'ordre du mT, en raison d'un niveau de bruit en  $1/f$  très élevé.

En 2004, premier VHD monolithique en technologie CMOS haute-tension avec spinning-current → la résolution est enfin correcte :  $100\mu\text{T}$  sur 1,6kHz de bande-passante. L'implémentation du spinning-current demande de pouvoir inverser le rôle des contacts (polarisation et mesure) sur chaque phase du « spinning » → Mise en parallèle de 2 VHDs à 4 contacts :

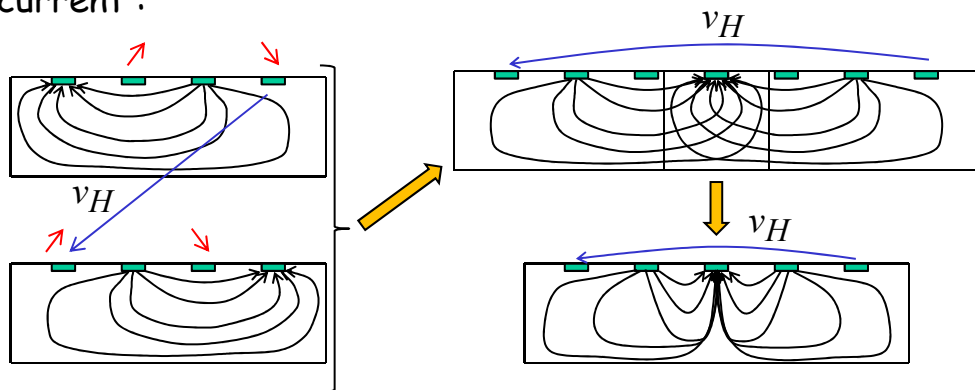


**Remarque** : L'offset et le bruit en  $1/f$  sont « proportionnels » au courant de polarisation. Ainsi, comme les contacts de mesure sont placés dans une zone où passe un fort courant, l'offset et le bruit en  $1/f$  intrinsèques du VHD à 4 contacts sont très élevés → Sans « spinning-cuurent » le VHD conventionnel ou sa version « 2 VHDs 4C » possède de piètres performances métrologiques en termes d'offset et de résolution. Malheureusement, le spinning-current n'est pas aussi efficace que dans le cas du HDD :



### VHD (Vertical Hall Device) à contacts externes:

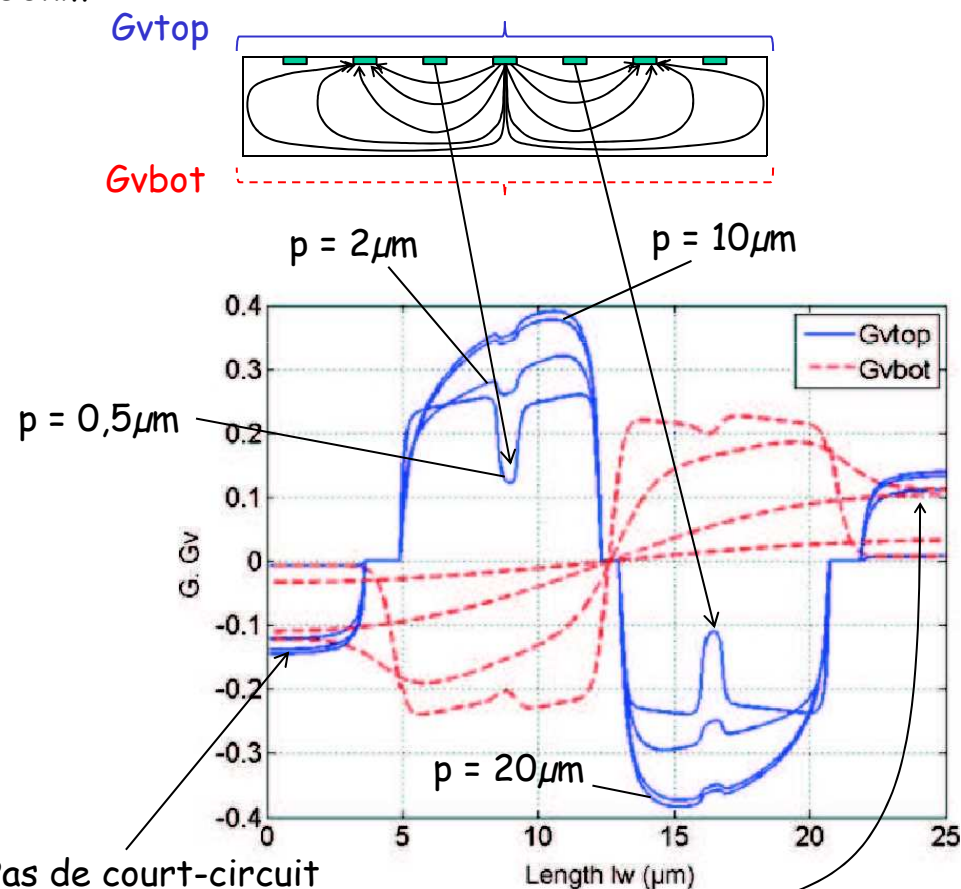
Si l'on regarde la structure précédente, rien n'empêche de mesurer la tension de Hall sur les contacts « externes ». La sensibilité du capteur est plus faible, typiquement 3 à 4 fois moins, mais le niveau de bruit en  $1/f$  est aussi très faible, si bien que la résolution reste correcte, même sans spinning-current :



D'autre part, le courant passant à proximité des contacts externes est quasi-nul. En conséquence, le VHD à contacts externes ne souffre pas d'effet de court-circuit par les contacts de mesure.

Dans les technologies CMOS standard, bas-coût (type AMS  $0.35\mu\text{m}$ ), la profondeur du caisson n'est que de  $2\mu\text{m}$  environ. La tension de Hall dans un VHD conventionnel (contacts de mesure au centre) est fortement court-circuitée par les contacts de mesure. Ce n'est pas le cas avec le VHD à contacts externes, comme on peut le voir sur le graphique ci- :

représentant le rapport  $S_I/S_{I\text{max}}$ , noté  $G \cdot G_v$ , en fonction de la position le long d'un VHD à 7 contacts, et pour diverses profondeurs  $p = 0,5\mu\text{m}$ ;  $2\mu\text{m}$ ;  $10\mu\text{m}$  ou  $20\mu\text{m}$ . Le VHD a une longueur de  $25\mu\text{m}$ , et des contacts larges de  $700\text{nm}$  et profonds de  $150\text{nm}$  :



Pas de court-circuit sur les contacts externes

N.B.: Lorsque le caisson est peu profond, un potentiel variationnel de Hall apparaît sur la face arrière (c.f. interprétation en cours).

Ces résultats de simulation ont été obtenus en considérant un caisson uniformément dopé. En pratique, ce n'est pas le cas. Dans une technologie CMOS  $0,35\mu\text{m}$ , le profil de dopage est gaussien. Le dopage est donc plus élevé en surface qu'en profondeur du caisson. Le courant passe donc préférentiellement en surface et l'effet de court-circuit est encore plus prononcé...

En 2007, l'InESS a réalisé le premier VHD à contacts externes en technologie standard (CMOS  $0.35\mu\text{m}$ ). Sa sensibilité est identique à celle du VHD conventionnel réalisé dans la même technologie. Par contre, le niveau de bruit en  $1/f$  beaucoup plus faible a permis d'obtenir une résolution de  $100\mu\text{T}$  sur  $1,6\text{kHz}$  de bande passante, sans spinning-current, contre  $850\mu\text{T}$  pour le VHD conventionnel. L'étude d'un VHD avec contacts externes et spinning-current est en cours.

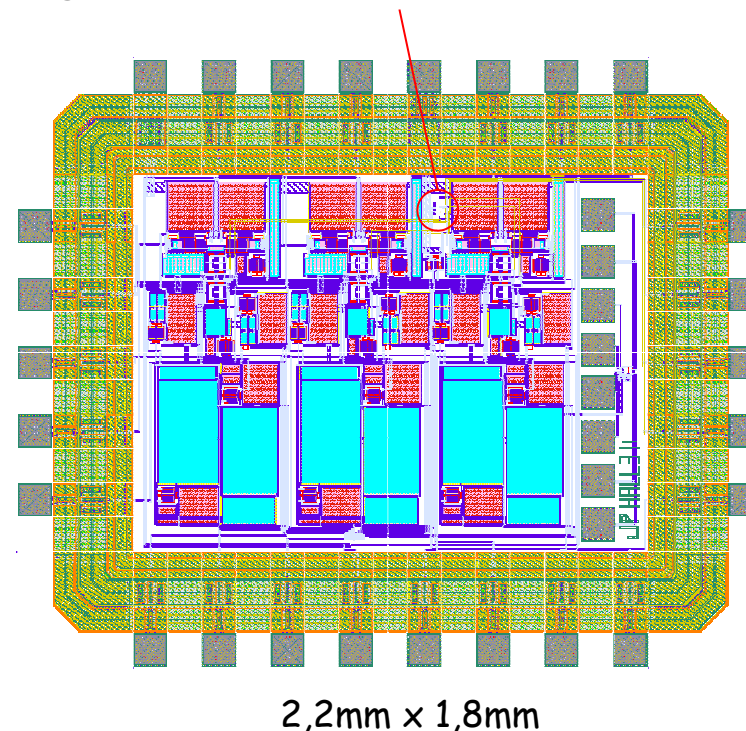
### Conclusions :

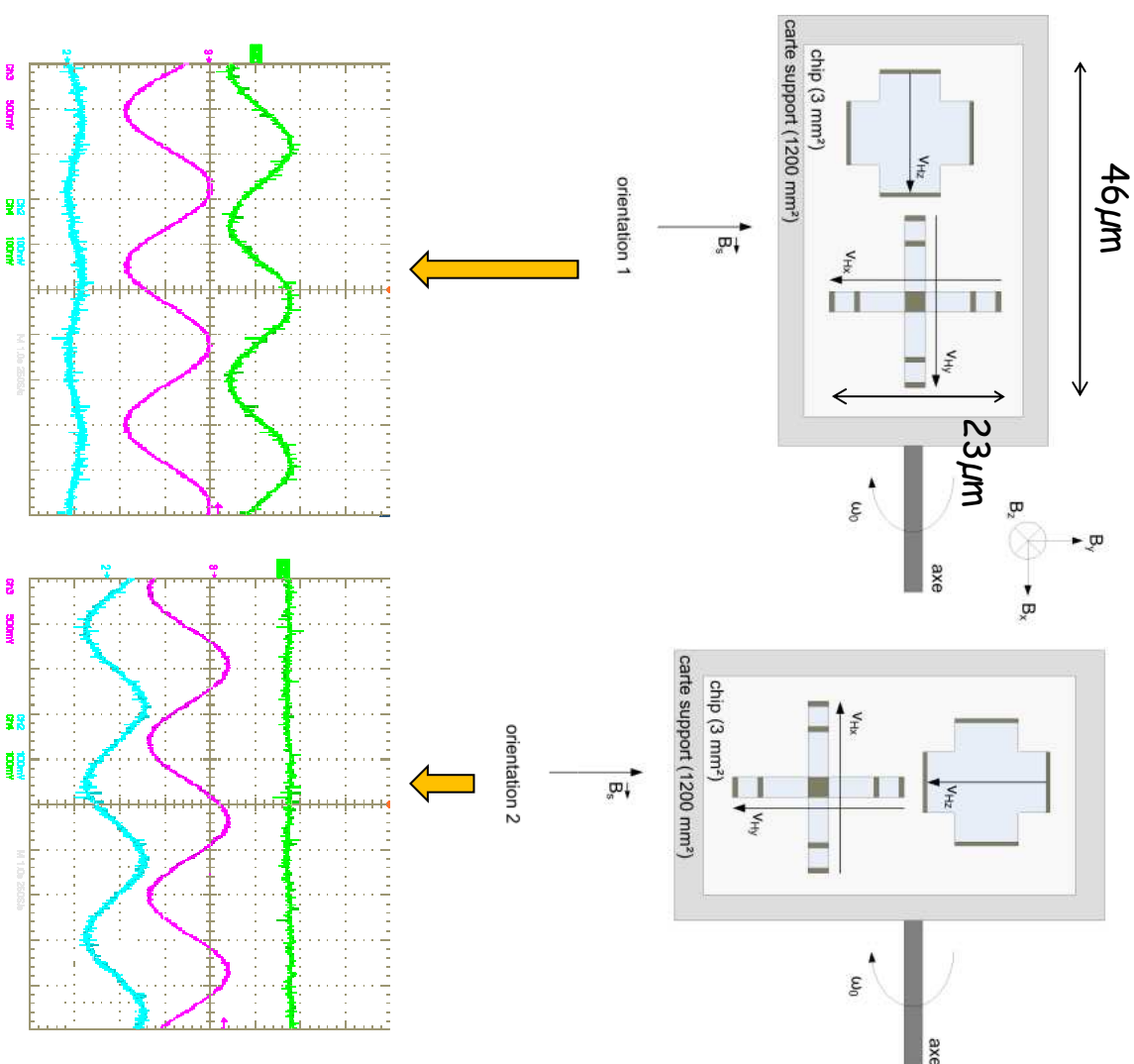
- 1) Lorsque l'on dispose d'une technologie CMOS haute-tension, le VHD conventionnel est meilleurs.
- 2) Inversement, dans une technologie CMOS standard, le VHD avec contacts externes se révèle plus performant.

## **III.2.6 Capteur à effet Hall 3D**

### Directement réalisable en technologie CMOS:

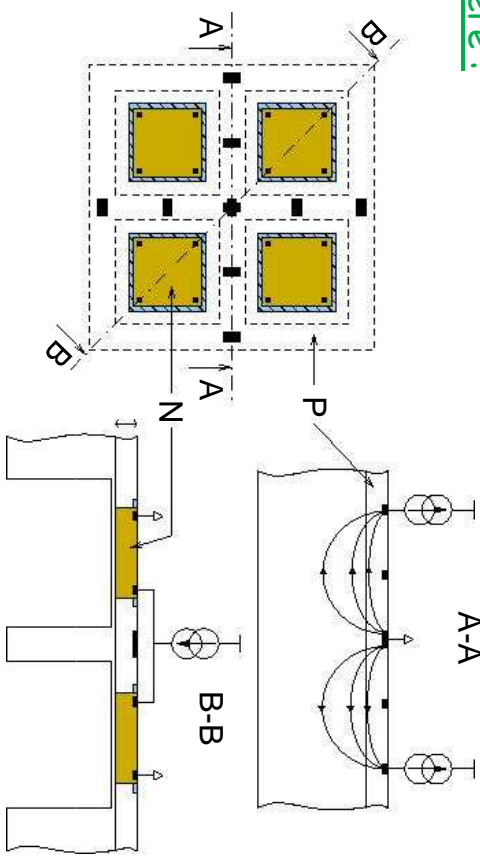
Il suffit de placer deux VHDs dessinés perpendiculairement et un HHD conventionnel. Le premier micro-magnétomètre 3D à effet Hall en technologie CMOS haute-tension a été proposé en 2005. Il en existe une version commerciale depuis 2007. L'InESS a réalisé le 1<sup>er</sup> micro-magnétomètre 3D à effet Hall en technologie CMOS standard  $0.35\mu\text{m}$  (bas coût) en 2008 :





## Compatible avec les technologies CMOS:

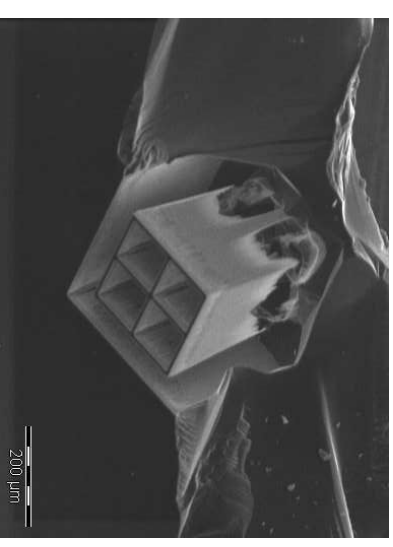
### A) Essai utilisant les technologies de gravure en face arrière :



Technique de gravure profonde par plasma.

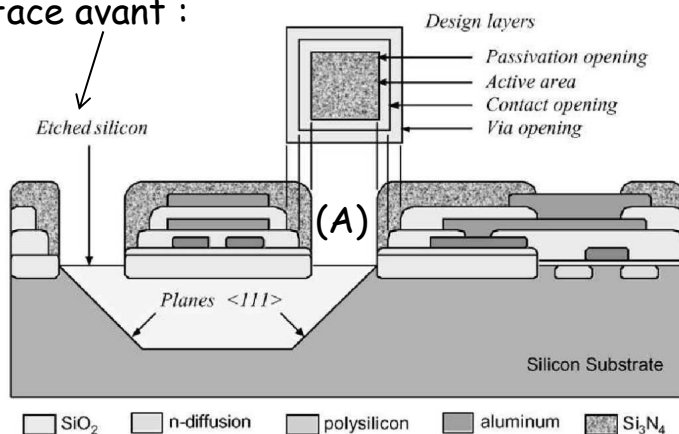


Les performances attendues sont meilleurs, notamment pour le VHD, mais la structure est trop fragile!!



## B) Solution utilisant les technologies de gravure en face avant :

Le magnétomètre intégré présenté ici\* est sensible aux composantes du champ dans le plan de la puce, comme un VHD. Il suffirait donc de l'intégrer avec un HHD conventionnel pour réaliser une sonde 3D. Il repose sur une structure vibrante et une détection du signal à la résonance. La structure mécanique vibrante est obtenue par micro-usinage chimique en face avant :

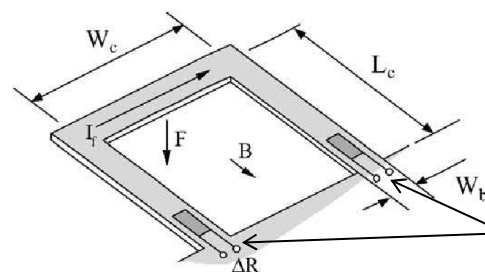


Une ouverture de passivation est dessinée au dessus d'une zone (A) constituée uniquement d'un empilement des couches diélectriques ( $\text{SiO}_2$ ) de la technologie. Par gravure du  $\text{SiO}_2$ , on ouvre à la fois les pads de connexion (jusqu'au métal) et la zone A jusqu'au silicium. Il suffit ensuite de graver le silicium

\* Extrait de V. Beroulle and al., « Monolithic piezoresistive CMOS magnetic field sensors », *Sensors and Actuators A*, 2003, vol. 103, pp. 23-32.

cristallin avec du KOH ou du TMAH pour libérer la structure mécanique.

Ici, la structure mobile à une forme de U :



Cette structure en  $\text{SiO}_2$  est munie d'une bobine en métal réalisée à partir des deux niveaux de métallisation de la technologie CMOS et de piezo-résistances réalisées en polysilicium.

N.B.: la bobine n'est pas représentée sur le schéma.

Sous l'action de la force de Laplace  $F$ , la structure fléchit :

$$F = (n \cdot I_f) \cdot B \cdot W_c$$

$n$ : nombre de tours de la bobine

$I_f$ : courant dans la bobine

$B$ : champ magnétique dans le plan de la puce et dirigé selon l'axe de symétrie du U

$W_c$ : largeur du U

La flexion du U induit une contrainte qui est maximale au niveau des points d'ancrage du U. C'est donc là que sont placées les piézo-résistances.

La variation de la résistance est alors proportionnelle à la contrainte donc à  $F$  et  $B$ .

**Remarque :** Le polysilicium est constitué de grains de silicium cristallins séparés par des joints de grain. L'orientation cristalline des grains dépend du procédé utilisé pour déposer le polysilicium. Bien que cette orientation puisse prendre n'importe quelle direction, elle en possède généralement une préférentielle, fonction des conditions du dépôt. Ainsi, le polysilicium, comme le silicium cristallin présente un caractère piézo-résistif. Cependant, ses coefficients piézo-résistifs sont 2 à 3 fois plus faibles que ceux du silicium cristallin car ils résultent d'un « moyennage » des coefficients de tous les grains, dans toutes les directions. D'autre part, les joints de grains ne sont pas piézo-résistifs, ce qui réduit la piézo-résistance du polysilicium.

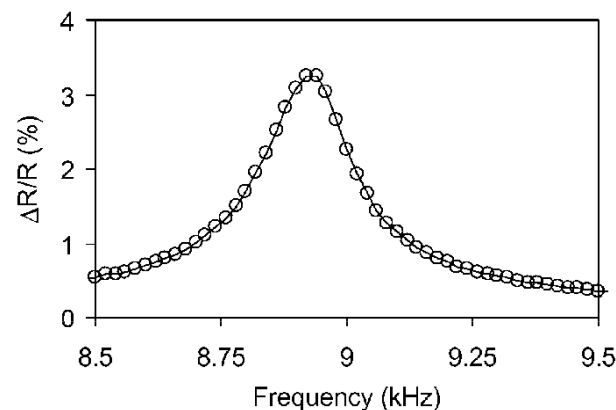
Ceci étant le polysilicium est largement utilisé comme matériau piézo-résistif car il a l'énorme avantage de pouvoir être déposé sur beaucoup de substrats amorphes ( $\text{SiO}_2$ ,  $\text{Si}_3\text{N}_4$ ...)

Les deux piézo-résistances sont connectées en pont de Wheatstone avec deux autres résistances identiques, placées sur la puce en silicium, donc ne subissant pas de contrainte sous l'action du champ magnétique.

➡ On peut ainsi mesurer la réponse du micro-système.

→ Réponse fréquentielle de la structure mécanique :

En excitant la bobine avec un courant alternatif et en appliquant un champ magnétique  $B$  constant, on peut mesurer la réponse en fréquence du pont en  $U$  :



$$W_c = 520\mu m$$

$$L_c = 520\mu m$$

$$W_b = 80\mu m$$

$$n = 64$$

$$I_{f \max} = 1mA$$

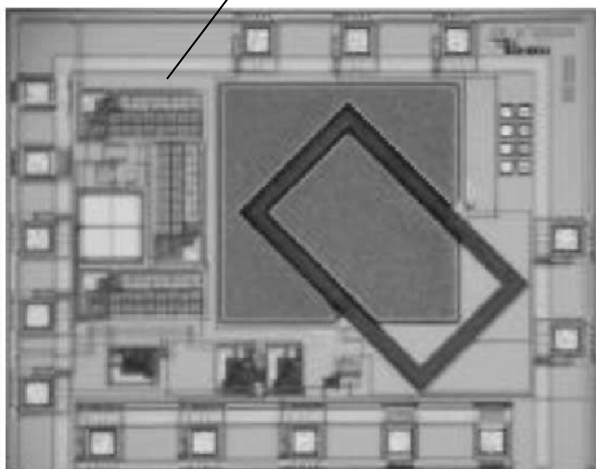
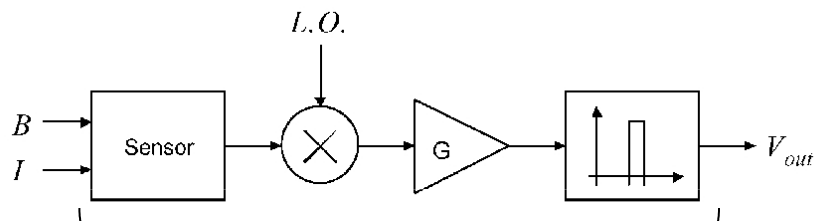
La fréquence de résonance  $\omega_0$  du pont en  $U$ , qui répond comme un filtre passe-bande du second ordre, est de 8,97 kHz, son facteur de qualité  $Q$  étant de 59. La bande passante du système est donc :

$$\Delta f = \frac{\omega_0}{Q} \approx 152Hz$$

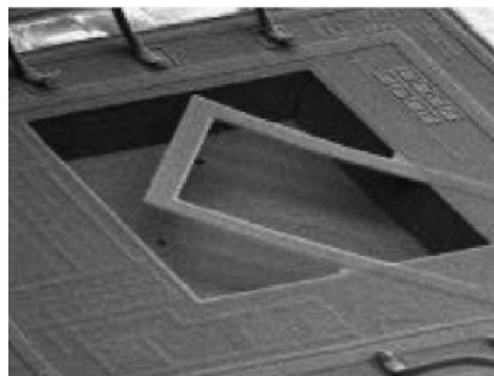
La résonance permet une « amplification mécanique » du signal → Ce type de micro-magnétomètre est donc adapté à la mesure de champs magnétiques dont la fréquence va du continu à quelques centaines de Hz.

→ Co-intégration de l'électronique de traitement :

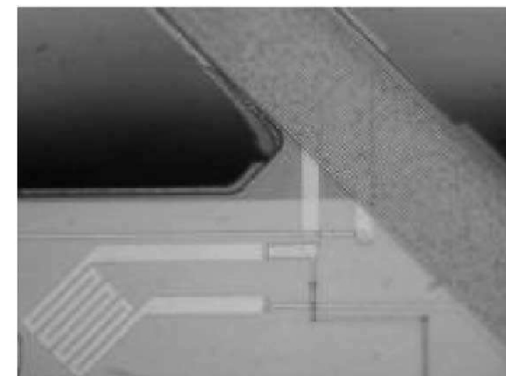
La fréquence de résonance varie légèrement d'un prototype à l'autre en raison des dispersions de fabrication. La chaîne instrumentale intègre donc un filtre passe-bande de fréquence centrale fixe, 25 kHz associé à un mixer en aval permettant de décaler le signal en sortie du pont de Wheatstone sur la fréquence  $f = 25$  kHz grâce à un oscillateur externe réglable :



→ Détails et réponse du prototype :

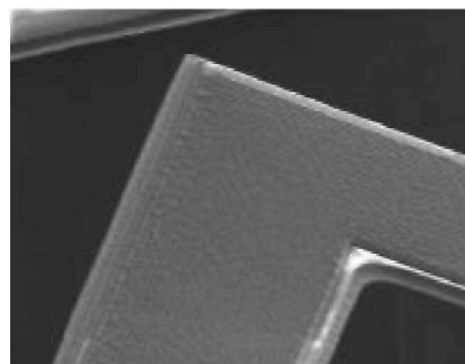


Pont en U

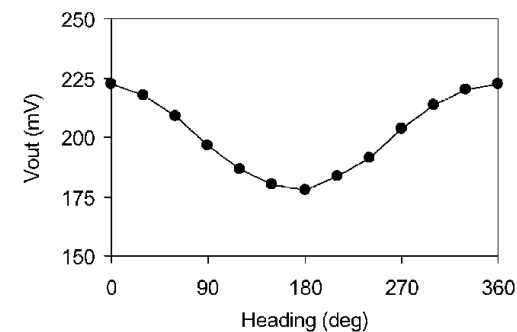


Piezo-résistance

Zoom sur la bobine



Réponse du micro-système à une rotation dans le champ magnétique terrestre



### III.3. MAGFET

Ici, plutôt que de mesurer la tension de Hall, on mesure la « déflexion » des lignes de courant à proximité des contacts de polarisation. Dans ce cas, il n'y a plus de contacts de Hall. Il suffit de couper le drain en deux. La déflexion des lignes de courant entraînera un déséquilibre des courants passant dans chacun des drains :

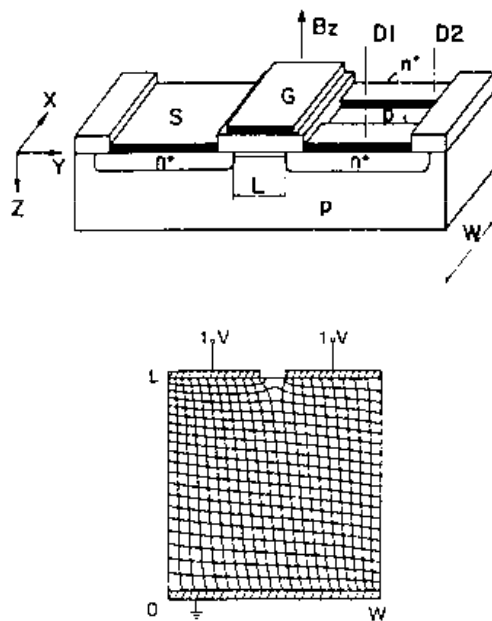
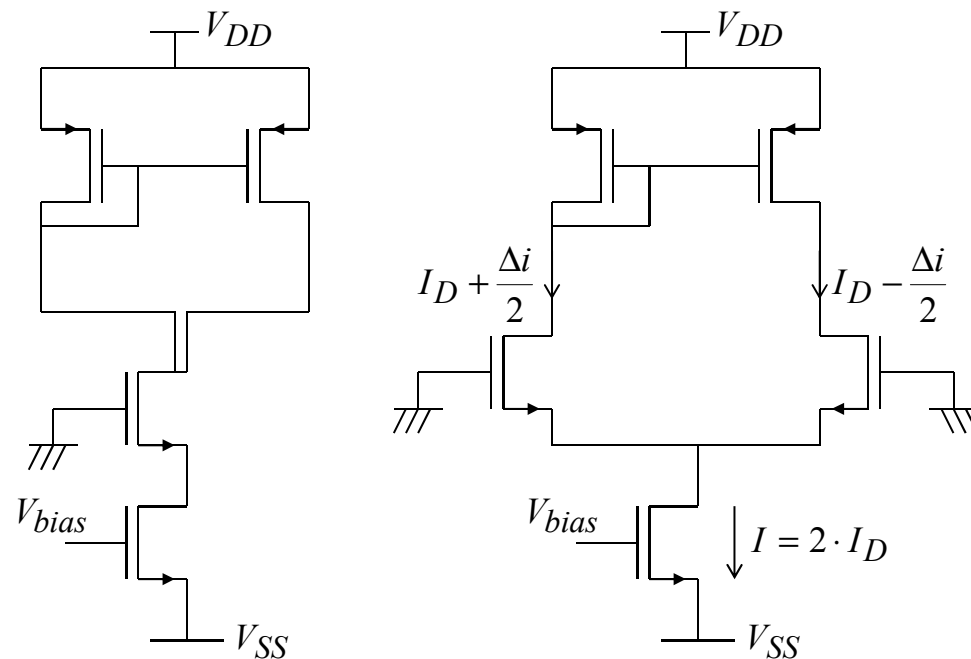


Fig. 11. Numerical modeling [35], [93] of split-drain MAGFET operation. Current lines (ending at the bottom source and top dual-drain contacts) are deflected towards the left drain by the Lorentz force, resulting in increased current in the left drain at the expense of the right drain.

### Remarques :

- 1) Le capteur est linéaire pour des champs  $B$  moyennement élevés.
- 2) Il est difficile d'établir une expression analytique simple par calcul manuel car le processus mis en jeu est éminemment bidimensionnel!
- 3) L'avantage d'un tel capteur est qu'il peut être directement intégré dans le circuit de conditionnement. Par exemple, on peut concevoir un MAGFET faisant partie intégrante d'un amplificateur différentiel en technologie CMOS :



Si  $S_R = \frac{1}{I} \cdot \frac{\partial(I_1 - I_2)}{\partial B} \Big|_{B=0} = \frac{1}{I} \cdot \frac{\Delta i}{\partial B}$  représente la sensibilité relative du MAGFET, on a :

$$V_{out} = \frac{\Delta i}{g_{ds2} + g_{ds4}} = \frac{S_R \cdot I}{g_{ds2} + g_{ds4}} \cdot B$$



On peut obtenir des sensibilités très élevées (par ex.: 1,2V/T pour I=100μA)

4) L'inconvénient majeur des MAGFET est le niveau de bruit qui est très élevé vu que le courant circule à une interface (c'est un transistor MOS!). Par conséquent, malgré leur très forte sensibilité, ces capteurs présentent généralement des résolutions moins bonnes que celles présentées par les capteurs à effet Hall.

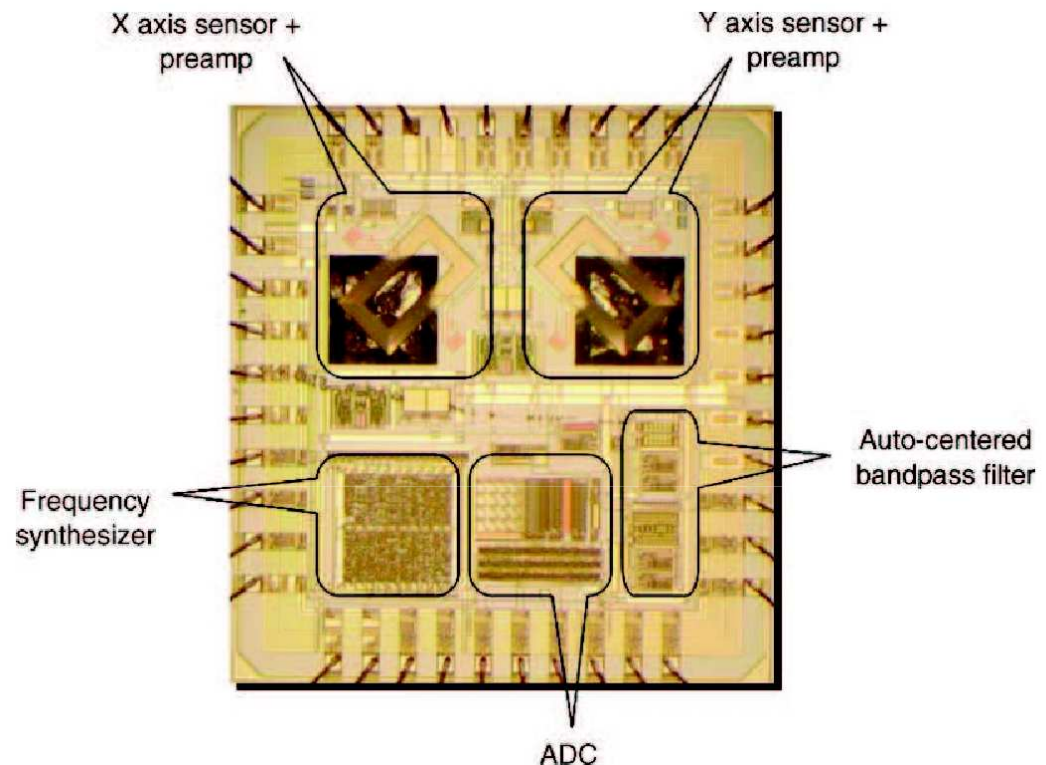
### III.4. Exemples d'applications de micro-magnétomètres

#### III.4.1 Micro-compass\* :

Le micro-magnétomètre résonnant présenté à la section III.2.6 a été utilisé pour réaliser un micro-compass, intégrable par ex-

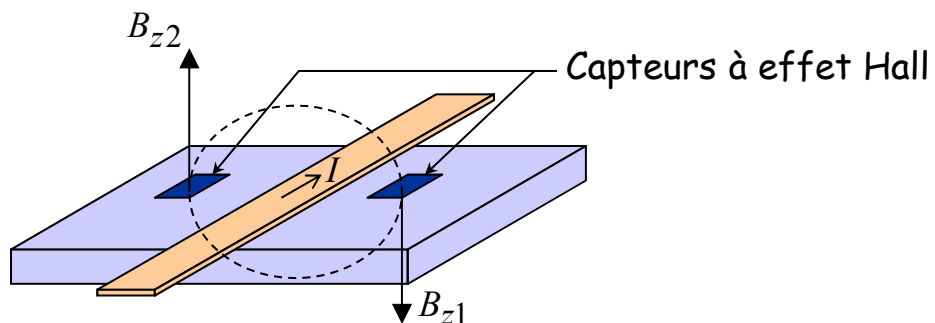
\* Extrait de D. Dumas and al., « Development of a low-cost piezoresistive compass on CMOS », *Sensors and Actuators A*, 2006, vol. 130-131, pp. 302-311.

emple dans une montre.

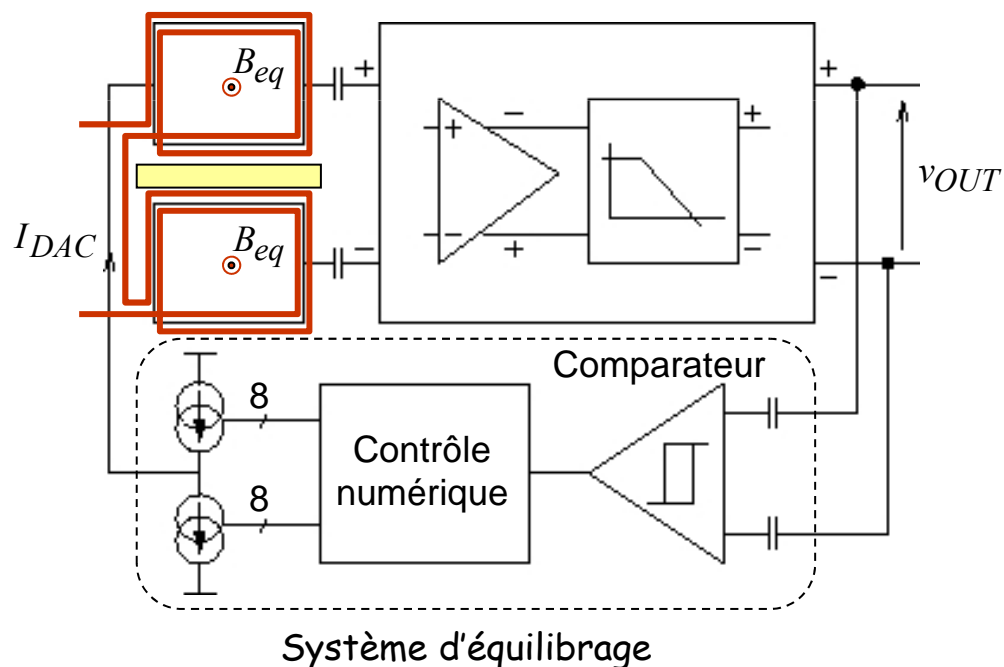


#### III.4.2 Micro-capteur de courant avec isolation galvanique :

On mesure le champ magnétique produit par le courant à mesurer. L'utilisation de deux capteurs associés à une mesure différentielle permet de rejeter les perturbations magnétiques venant de l'extérieur.

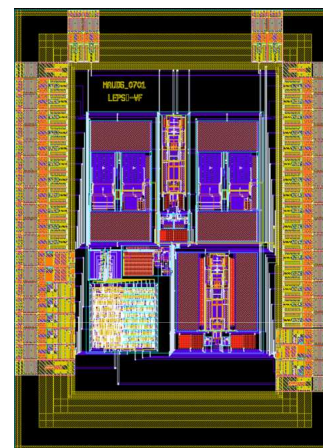


→ Chaîne instrumentale complète :

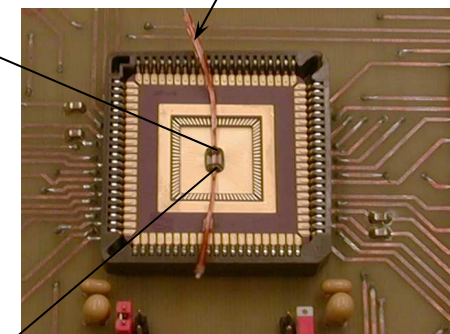


→ Prototype final :

La piste de courant est isolée de la puce par un film de Kapton (isolation galvanique > 5kV)



(6mm x 4mm  
CMOS 0,6mm)



- Résolution < 1% pour  $I_{nom} = 5A$
- Bande passante  $\approx 1kHz$

### III.4.3 Système de navigation magnétique de cathéter :

L'objectif est de placer un micro-magnétomètre 3D en bout d'un cathéter, associé à un système de génération de champ Volumique connu, et de déterminer par la mesure 3D de ce champ la position globale et l'orientation locale du bout du cathéter.

## Actuellement

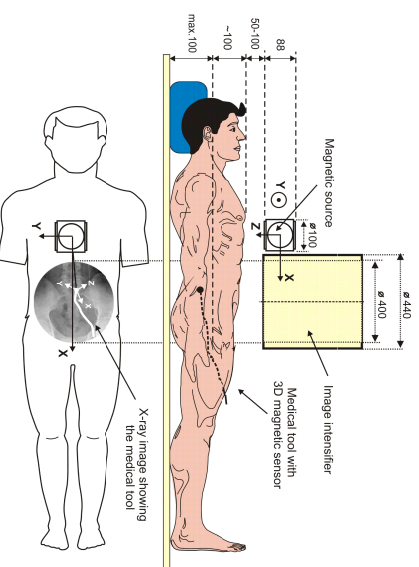


### Intervention endovasculaire



Imagerie par rayons X pour  
la visualisation du cathéter

## Alternative proposée



### Navigation par champ magnétique



**Micro-magnétomètre 3D**

### Microcapteurs magnétiques

171

**Gain estimé** : réduction de 55% de la dose de rayons X lors des interventions  
endovasculaires



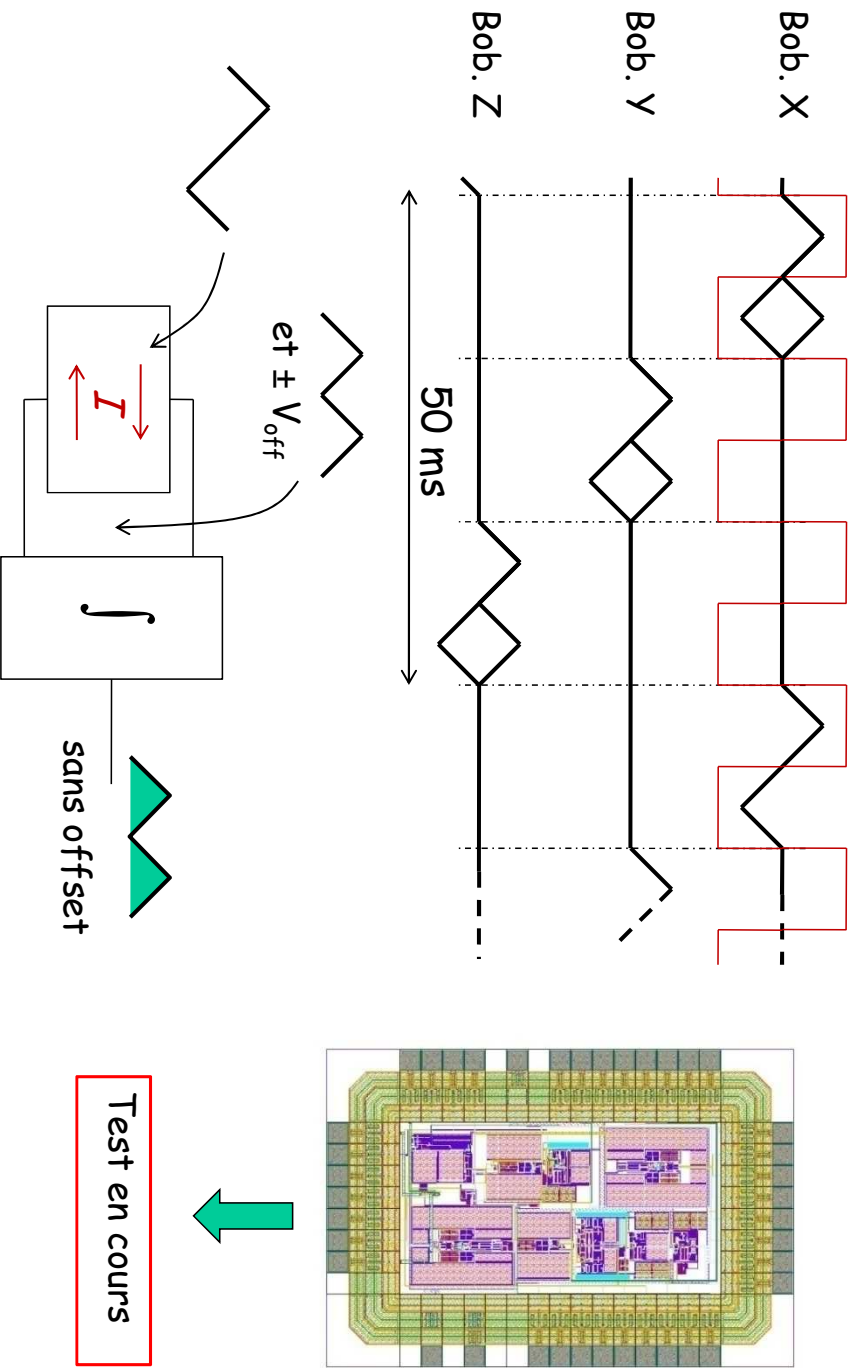
**Défi** : Atteindre le micro-tesla  
de résolution avec un magné-  
tomètre 3D intégrable en bout  
du cathéter!



**Détection synchrone  
+  
Filtrage optimal**

### Microcapteurs magnétiques

172

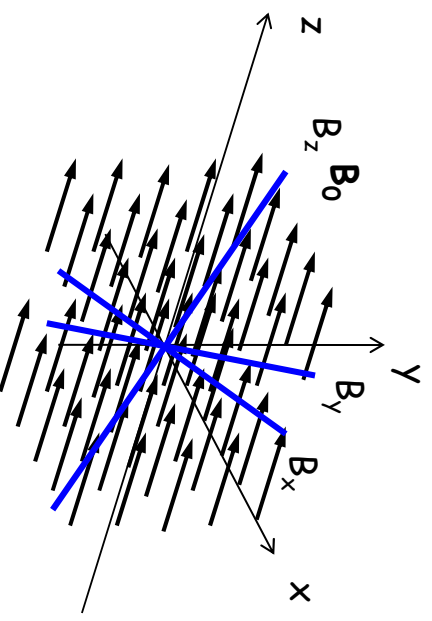


Microcapteurs magnétiques

173

### III. 4. 4 Repérage magnétique sous IRM:

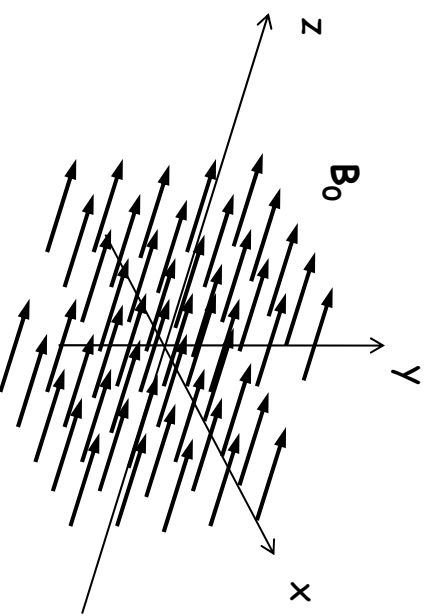
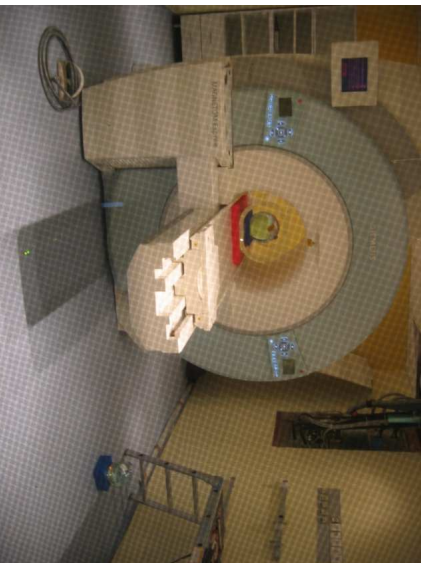
Se repérer par rapport au centre du tunnel IRM en utilisant les gradients de champ inhérents au principe de l'IRM



→ (Bx, By, Bz) permet de se repérer dans le volume du tunnel

Microcapteurs magnétiques

174



## Débouchés :

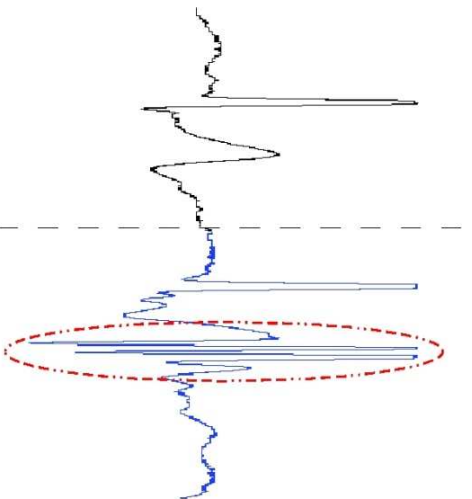
- Instrumentation d'aiguilles, de cathéter : **IRM interventionnelle**
- **IRM fonctionnelle**

## Microcapteurs magnétiques

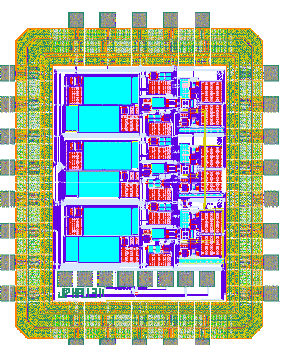
175

## III. 4. 5 Correction de signaux physiologiques sous IRM:

Mesure d'ECG sous IRM perturbée par les gradients de champ :



Mesurer la perturbation in situ



Appliquer un algorithme de correction des signaux ECG

## EPILOGUE

Ce cours a eu pour but de vous fournir les bases fondamentales permettant de comprendre le monde des micro-capteurs intégrables sur silicium. Pour approfondir :

### Livres :

- 1) Edition Hermes - Traité EGEM, notamment :
  - MIR salvador, « Dispositifs et physique des microsystèmes sur silicium », 2002
  - DE LABACHELERIE M., « Techniques de fabrication des microsystèmes 1 », 2004
  - DE LABACHELERIE M., « Techniques de fabrication des microsystèmes 2 », 2004
  - MENIL Francis, « Micro-capteurs de gaz », 2008
- 2) S. Middelhoek, S.A. Audet, « Silicon sensors », Academic Press, 1989
- 3) S. M. Sze, « Semiconductor sensors », John Wiley & Sons, 1994
- 4) R.S. Popovic, « Hall effect devices », Institute of physics Ed., 2<sup>nd</sup> ed., 2004

### Reves :

Sensors & Actuators A, Elsevier  
Sensors & Actuators B, Elsevier  
IEEE Sensors Journal  
Sensors & Transducers Journal (IFSA : Internat. Frequency Sensors Association)