

Polytech'Montpellier
Département Electronique, Robotique et
Informatique Industrielle

Systèmes Electroniques Analogiques III

Chapitre III : Stabilité des Systèmes
 Electroniques Rebouclés

Pascal Nouet / 2009-2010

nouet@lirmm.fr

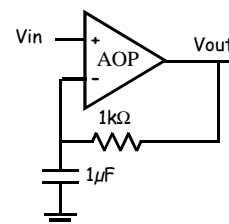


Introduction / Généralités

2

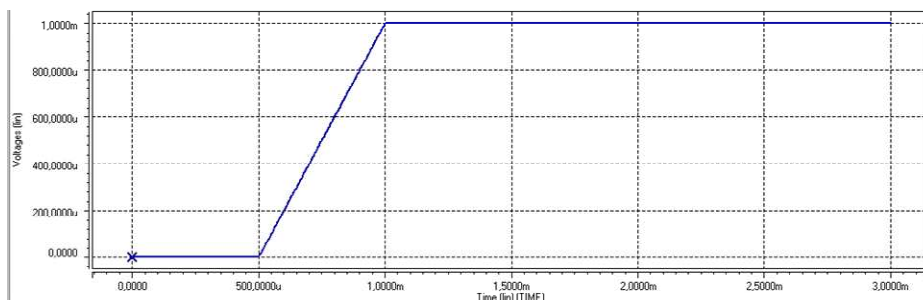


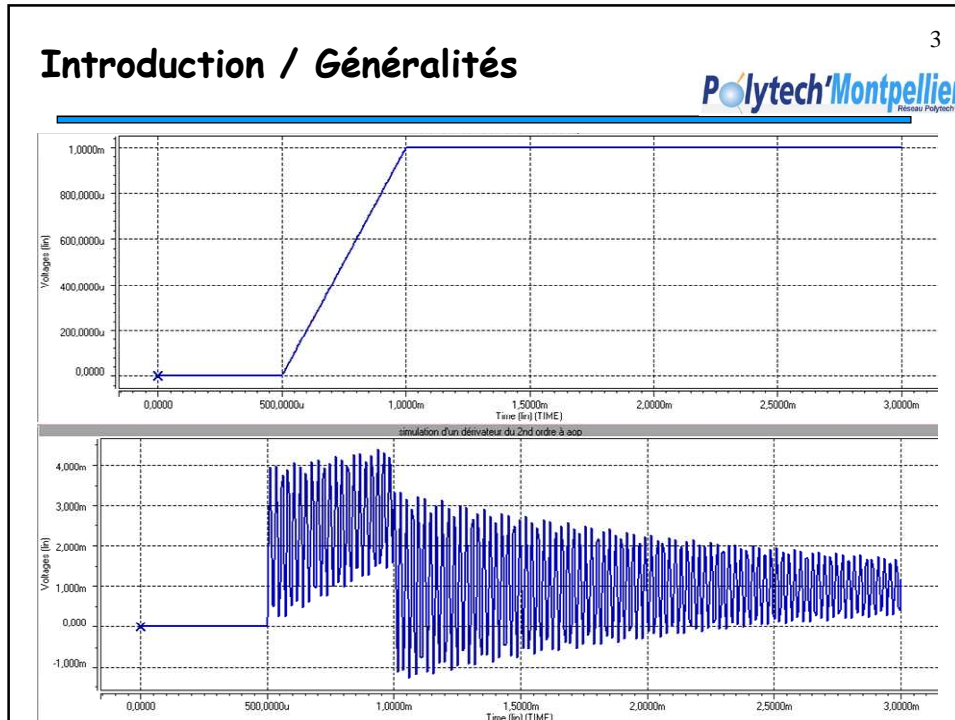
- Soit le montage suivant réalisé avec un AOP741 :



- Qu'elle est sa fonction de transfert ?

- Qu'elle est l'allure de la réponse au signal ci-dessous ?





4

Introduction / Généralités

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

- L'approche de conception SEA requière des systèmes ayant les caractéristiques suivantes
 - Faible résistance de sortie, forte résistance d'entrée
 - Fonction stable et bien connue par conception

V_{in}
→

$F_1(p)$

V_1
→

$F_2(p)$

\dots
→

V_{n-1}
→

$F_n(p)$

V_{out}
→

$$F(p) = \frac{V_{out}(p)}{V_{in}(p)} = \prod_n F_i(p)$$

$$F(p) = k \frac{\prod_n \left(1 - \frac{p}{z_i}\right)}{\prod_m \left(1 - \frac{p}{p_j}\right)}$$

Introduction / Généralités

5



- Un système physique réel à toujours un nombre de pôles supérieur au nombre de zéro ($m > n$). La BP est forcément finie.
- Décomposition en élément simple de la fonction de transfert

$$F(p) = \sum_m \frac{a_j}{1 - \frac{p}{p_j}} = \sum_m \frac{-a_j p_j}{p - p_j}$$
- Le système est stable si il délivre un signal de sortie de valeur finie pour un signal d'entrée fini lorsque $t \rightarrow \infty$
- Réponse du système à un pic de dirac $\rightarrow U(p)=1$

Introduction / Généralités

6



- Transformée de Laplace inverse

$$V_{out}(t) = L^{-1} \left\{ \sum_m \frac{-a_j p_j}{p - p_j} \right\} = \sum_m -a_j p_j e^{p_j t}$$

$$V_{out}(t) = \sum_m -a_j p_j \cdot e^{\alpha_j t} \cdot e^{j\beta_j t} \text{ avec } p_j = \alpha_j + j\beta_j$$

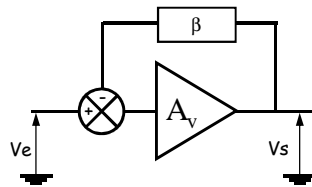
- Un système réel (nombre de pôles supérieur au nombre de zéros) est stable si tous ses pôles ont une partie réelle négative
- Cas particulier : oscillateurs \rightarrow pôle imaginaire pur

Introduction / Généralités

7

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

- La fonction idéale n'existant pas, on réalise les fonctions de l'électronique analogique à l'aide de systèmes rebouclés comportant :
 - Un amplificateur de très fort gain à entrées différentielles (comparateur)
 - Des éléments passifs externes ou internes dont les valeurs absolues ou relatives sont bien contrôlées



$$G = \frac{A_v}{1 + \beta A_v}$$

Chapitre III : Stabilité des Systèmes Electroniques Rebouclés

8

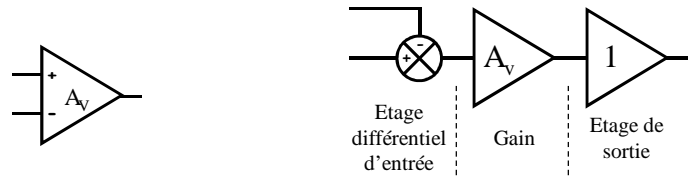
Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

- L'amplificateur de tension en B.O.
 - Modèle
 - Pôles
 - Réponse en fréquence
- Stabilité des systèmes rebouclés
 - Instabilité d'un système réel rebouclé
 - Critère de Nyquist
 - Compensation

Amplificateur réel en B.O.

9

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

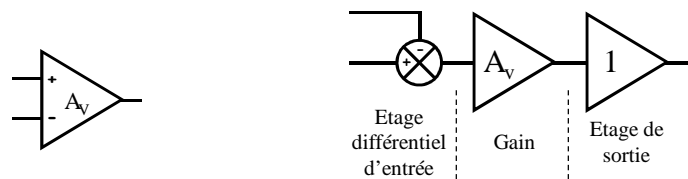


- Le gain (A_v) est grand mais mal connu
- Le gain n'est pas forcément constant (notamment en fonction de la fréquence)
- L'impédance d'entrée n'est pas infinie (capacitive)
- L'impédance de sortie n'est pas nulle (résistance)

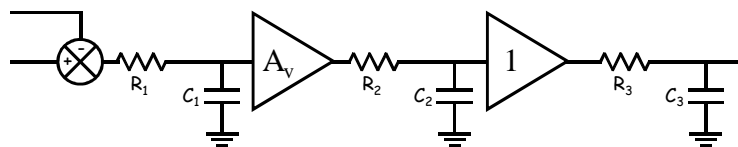
Amplificateur réel en B.O.

10

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech



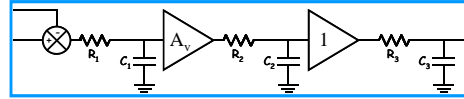
- Chaque étage fait apparaître un pôle
- Circuit du 3^{ème} ordre de type passe-bas



Amplificateur réel en B.O.

11

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech



- Fonction de transfert

$$A_V(p) = \frac{A_V}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)(1 + \tau_3 p)}$$

- Soit :
$$A_V(p) = \frac{A_V}{\left(1 - \frac{p}{p_1}\right)\left(1 - \frac{p}{p_2}\right)\left(1 - \frac{p}{p_3}\right)}$$

Avec $p_1 = -1/\tau_1$; $p_2 = -1/\tau_2$; $p_3 = -1/\tau_3$

→ Le système est stable

Amplificateur réel en B.O.

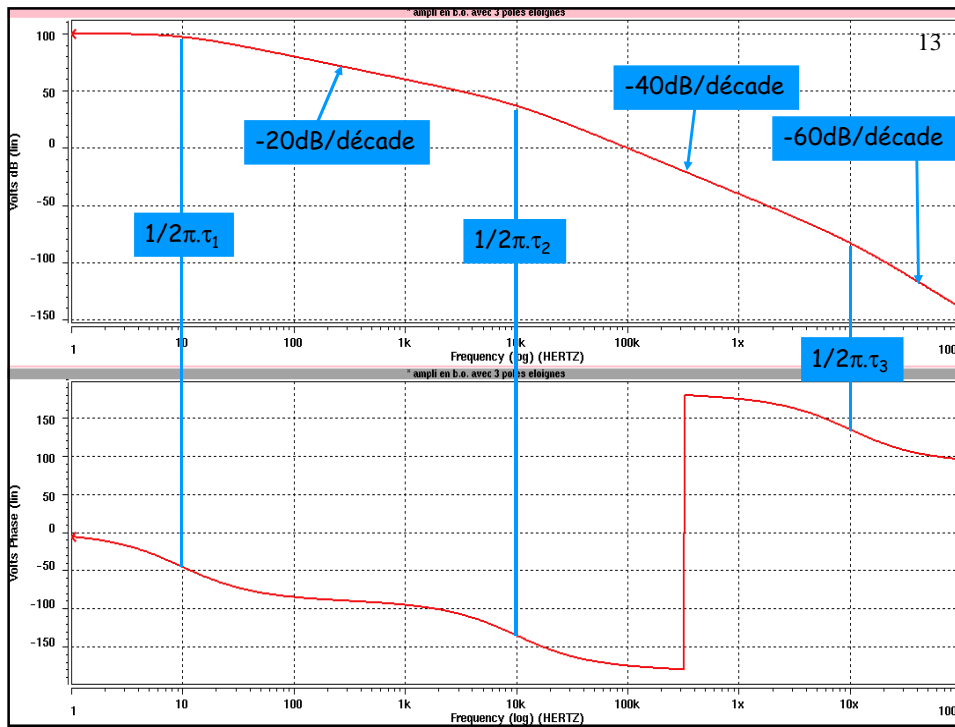
12

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

- Réponse en fréquence

$$A_V(j\omega) = \frac{A_V}{(1 + j\omega\tau_1)(1 + j\omega\tau_2)(1 + j\omega\tau_3)}$$

- Chaque pôle amène une atténuation de 20dB/décade et un déphasage de 90°
- Cas où les trois pôles sont distants
→ 2 décades ou plus



Amplificateur réel en B.O.

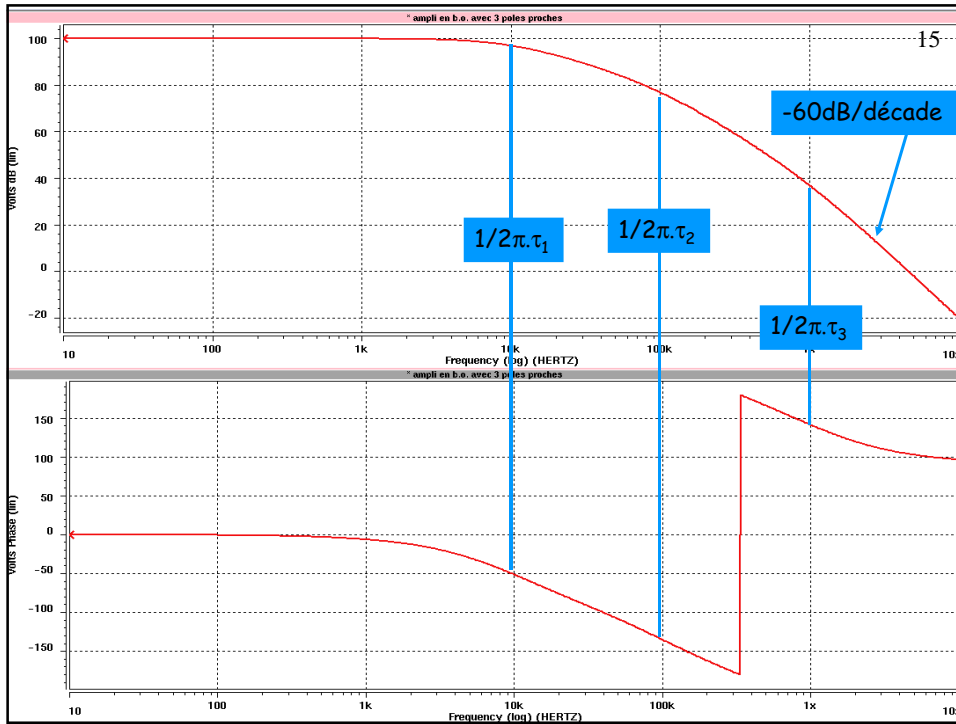
14

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

- Réponse en fréquence

$$A_v(j\omega) = \frac{A_v}{(1 + j\omega\tau_1)(1 + j\omega\tau_2)(1 + j\omega\tau_3)}$$

- Chaque pôle amène une atténuation de 20dB/décade est un déphasage de 90°
- Cas où les trois pôles sont distants
- Cas où les trois pôles sont proches
→ 1 décade ou moins

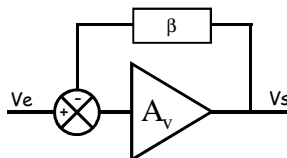


Chapitre III : Stabilité des Systèmes Electroniques Rebouclés

16

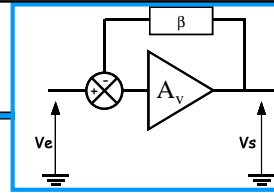


- L'amplificateur de tension en B.O.
- Stabilité des systèmes rebouclés
 - Instabilité d'un système réel rebouclé
 - Critère de Nyquist
 - Compensation



$$G = \frac{A_v}{1 + \beta A_v}$$

Stabilité d'un système rebouclé



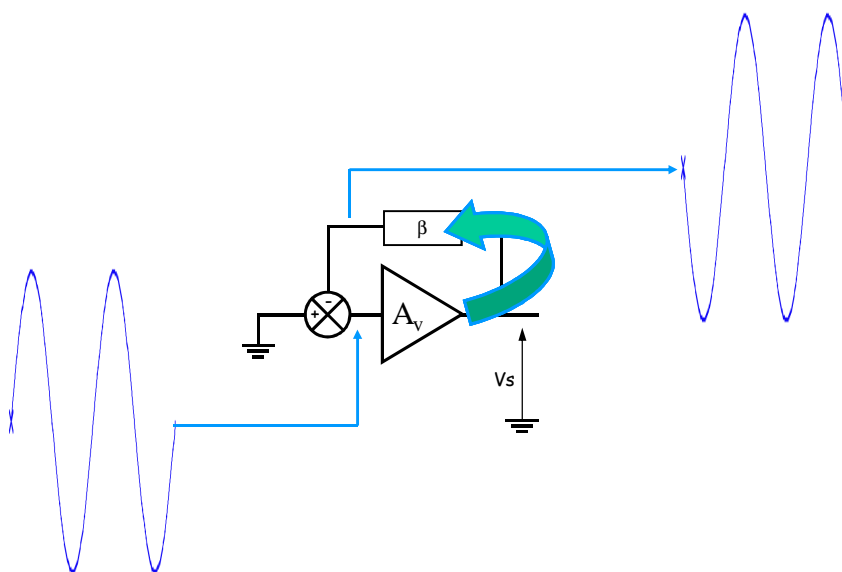
- A et β sont deux systèmes stables
→ ils ont des pôles à partie réelle négative

- Fonction de transfert :
$$F(j\omega) = \frac{A_v(j\omega)}{1 + A_v(j\omega)\beta(j\omega)}$$

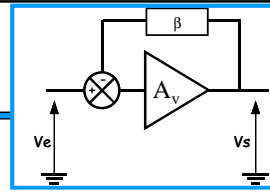
- Les pôles de $F(j\omega)$ sont les racines de $1+A\beta$.
Toutes ces racines doivent avoir des parties réelles négatives sinon, il existe une pulsation ω_{crit} pour laquelle $1+A\beta = 0$ (ou $A\beta = -1$) et $F(j\omega_{crit}) \rightarrow \infty$.
 - Critère mathématique : instable s'il existe une fréquence telle que $A_v(j\omega)\beta(j\omega) = -1$
 - Critère physique : instable si pour un déphasage de 180° le gain est supérieur ou égal à 1

Instabilités d'un système rebouclé : origines physiques

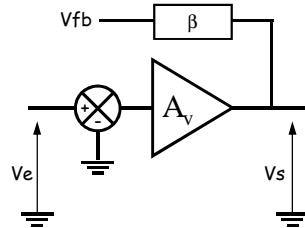
18



Instabilités d'un système rebouclé

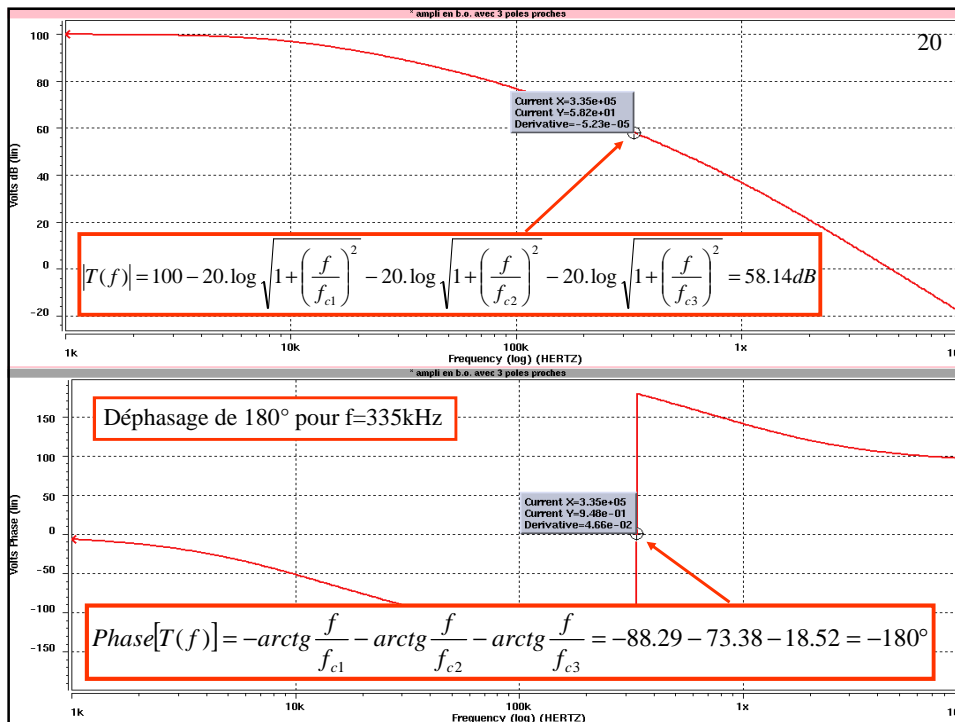


- Analyse de stabilité
 - Analyse du gain de boucle : $A_v(j\omega) \cdot \beta(j\omega)$

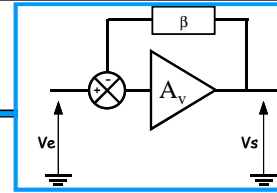


$$T(j\omega) = A_v(j\omega) \beta(j\omega) = \frac{V_{fb}}{V_e}$$

- 1^{er} cas : retour réel pur ($0 < \beta < 1$)
 - Ampli de gain 100dB avec trois pôles proches (10kHz, 100kHz et 1 MHz)

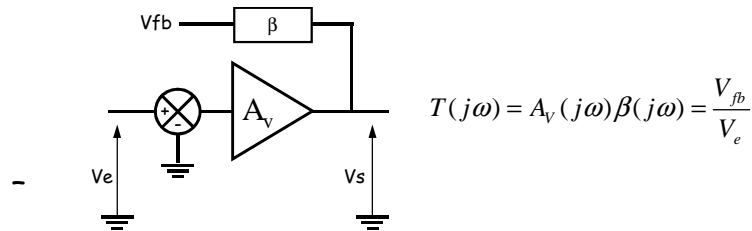


Système rebouclé



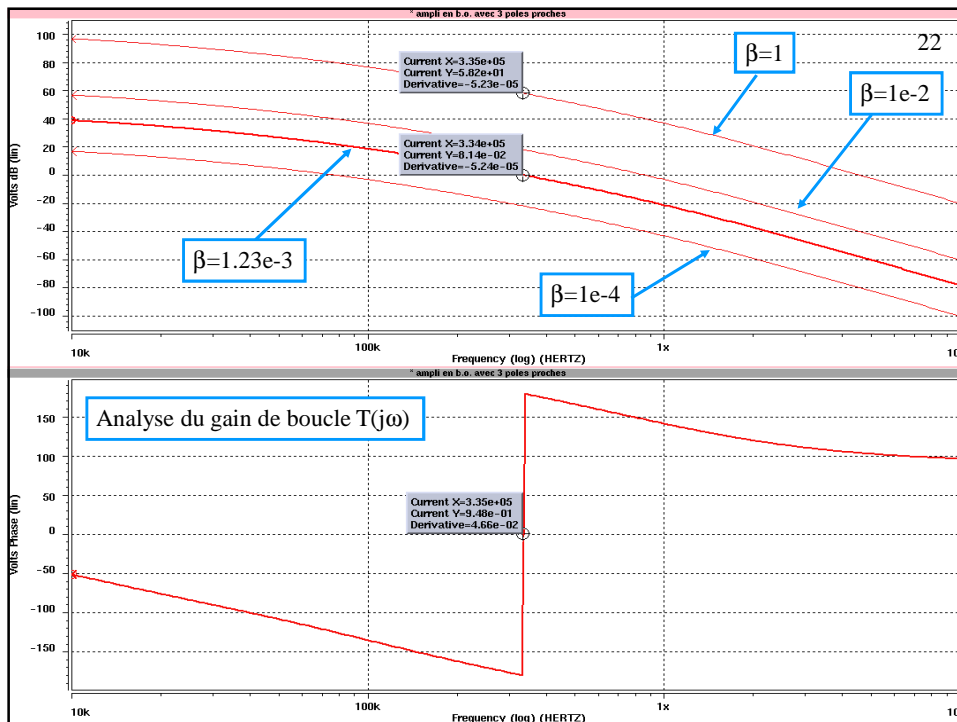
- Analyse de stabilité

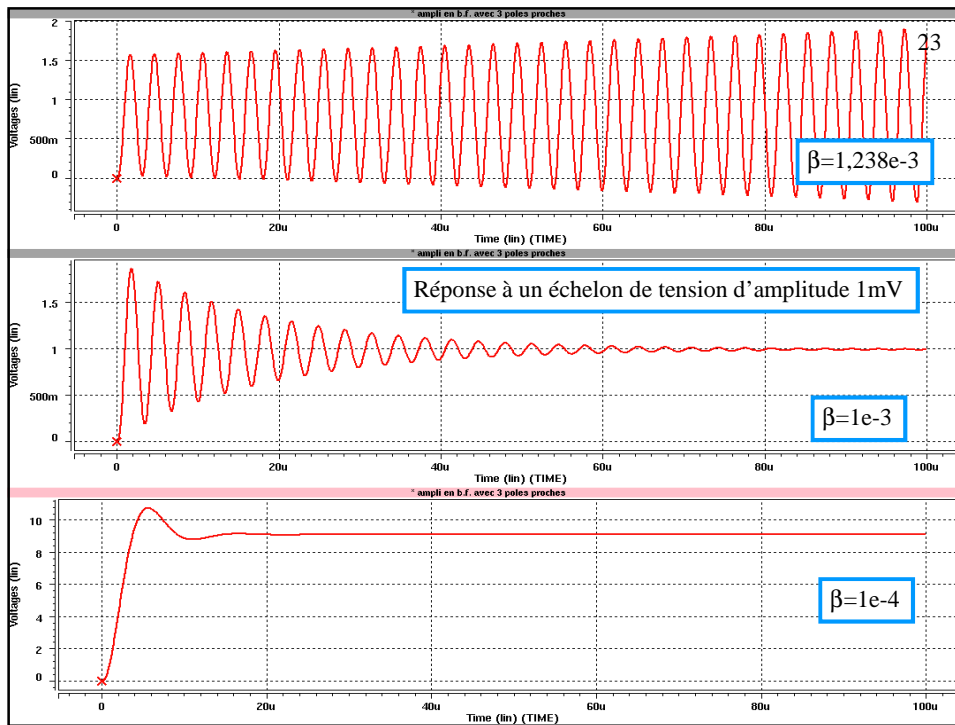
- Analyse du gain de boucle : $A_v(j\omega) \cdot \beta(j\omega)$



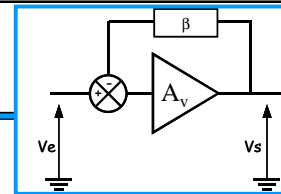
- 1er cas : retour réel pur ($0 < \beta < 1$)

- Ampli de gain 100dB avec trois pôles proches
 - β doit être inférieur à 1.23×10^{-3} (-58.2dB)
 - Gamme de gains statiques réalisables ?

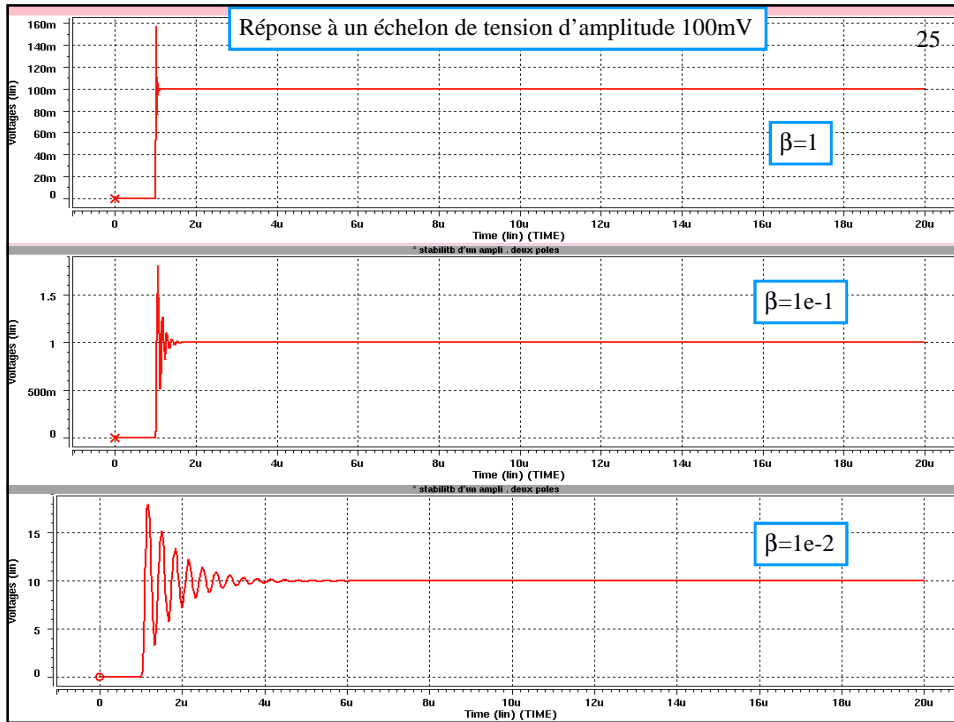




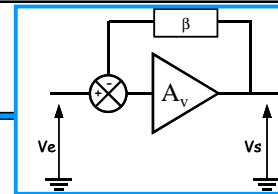
Système rebouclé



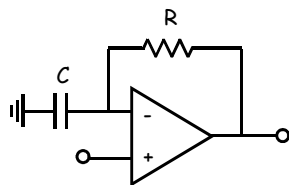
- Cas d'un retour non résistif
 - $\beta(j\omega)$ n'est pas réel et peut introduire un pôle donc des instabilités
 - Supposons un amplificateur de gain 100dB avec deux pôles seulement situés à 100kHz
 - Tout étage amplificateur réalisé sur la base de cet amplificateur est stable
→ vérification par la simulation



Système rebouclé

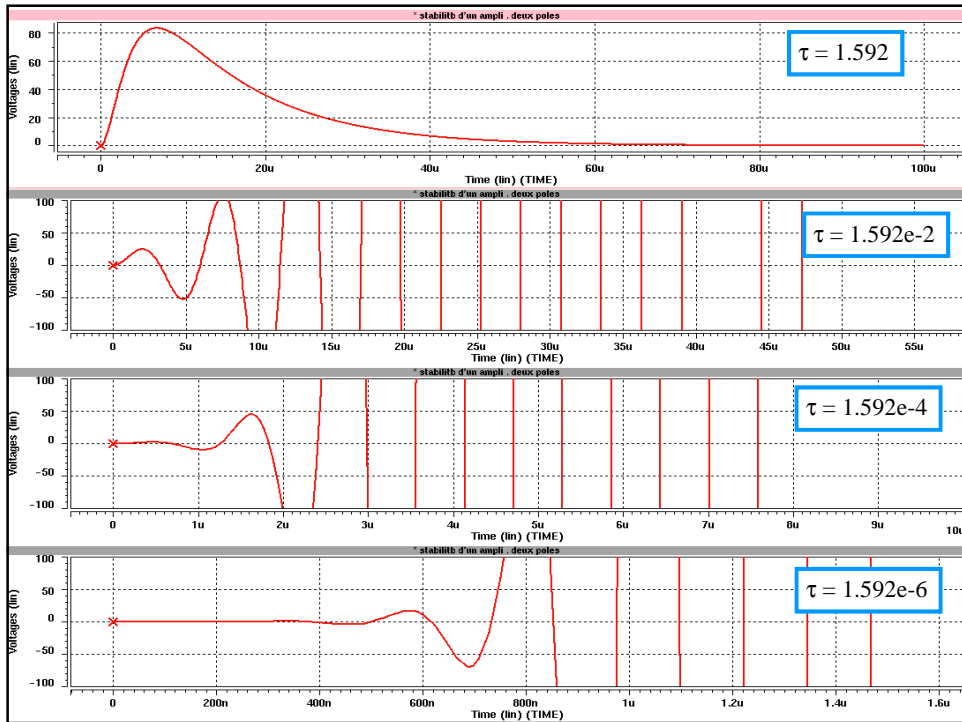
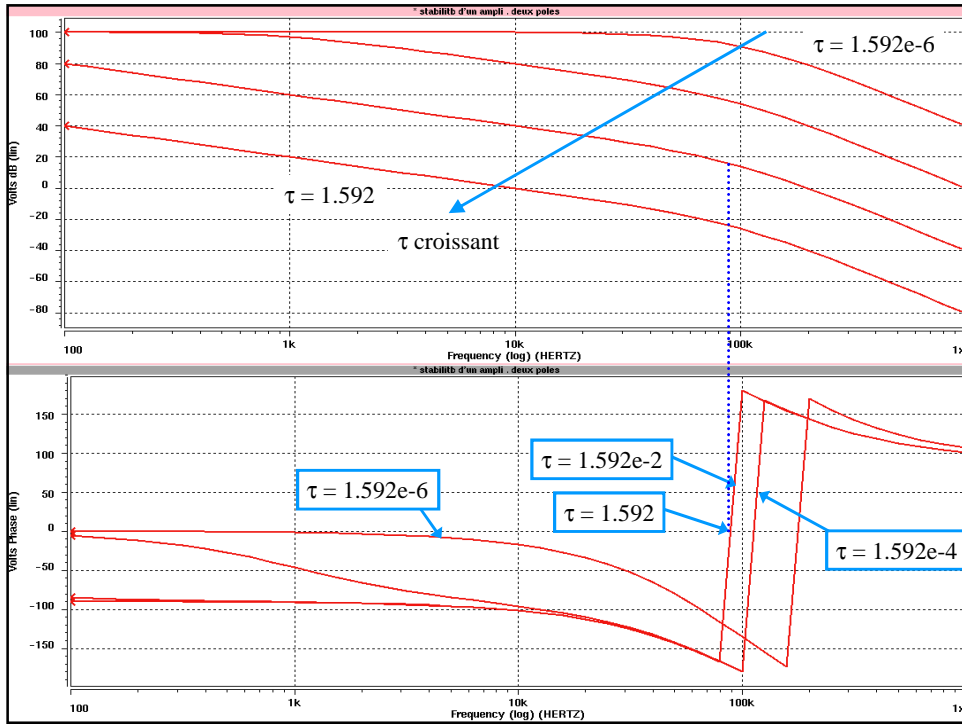


- Cas d'un retour non résistif
 - Le montage suiveur est stable donc tous les gains sont réalisables
 - Le montage ci-dessous est-il stable ?
 - étude paramétrique en fonction de $\tau=RC$
 - tracé du gain de boucle



$$\beta = \frac{1}{1 + \tau p}$$

$$\rightarrow G = \frac{A_v}{1 + \beta A_v} \cong 1 + \tau p$$



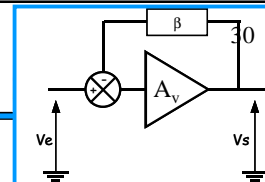
Chapitre III : Stabilité des Systèmes Electroniques Rebouclés

29



- L'amplificateur de tension en B.O.
- Stabilité des systèmes re-bouclés
 - Instabilité d'un système réel rebouclé
 - Critère de Nyquist
 - Compensation

Systeme rebouclé

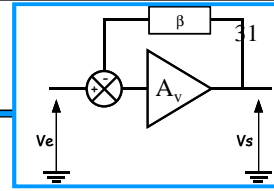


- Critères de stabilité

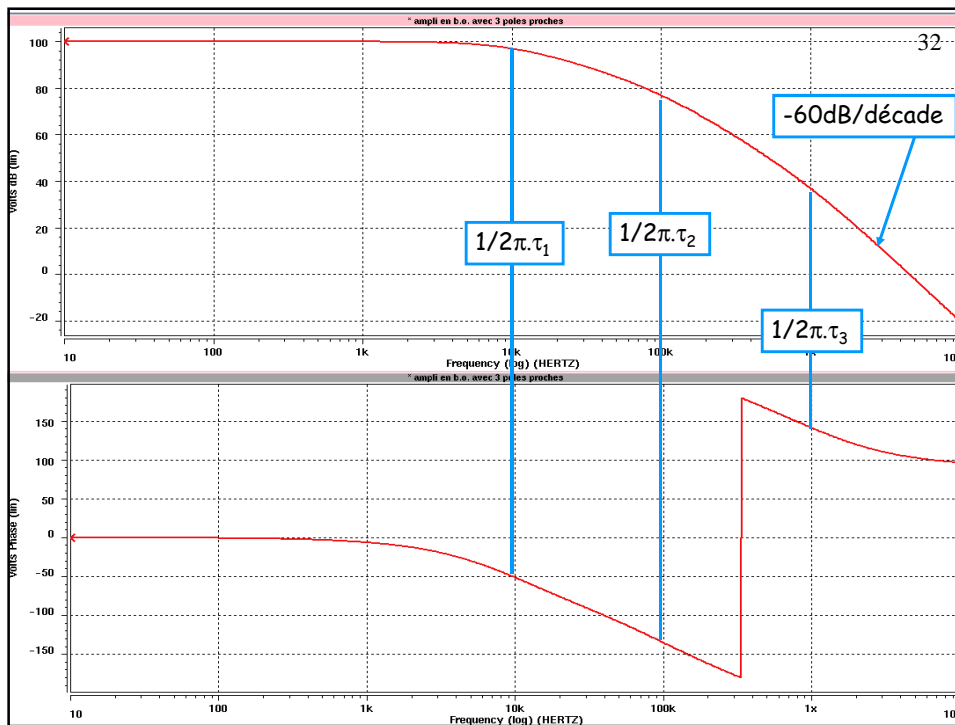
$$F(j\omega) = \frac{A_v(j\omega)}{1 + A_v(j\omega)\beta(j\omega)}$$

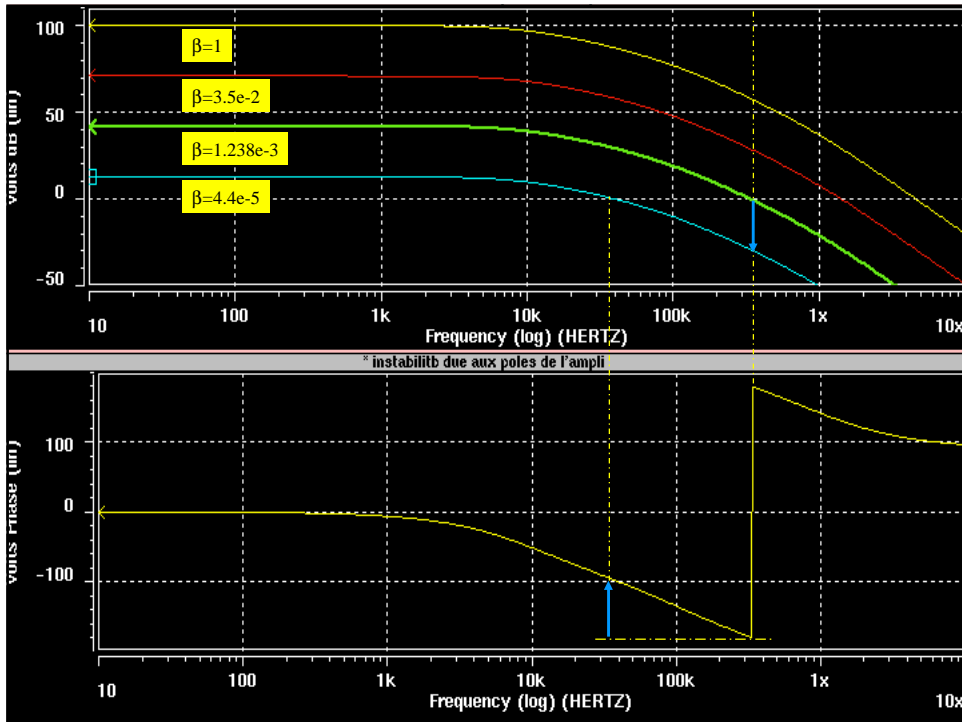
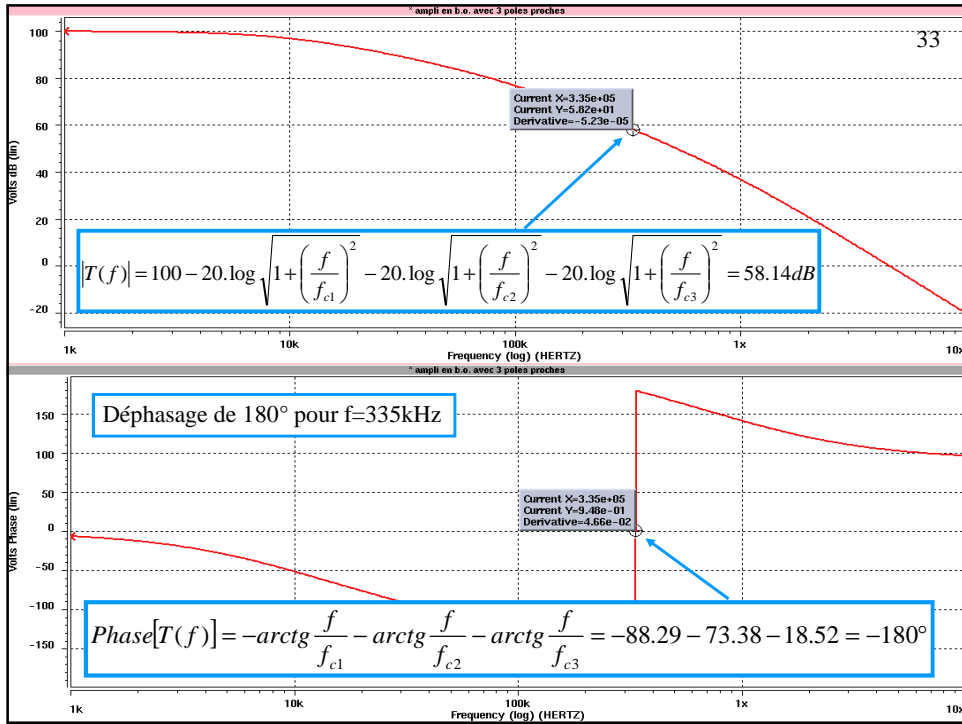
- Critère mathématique
Pb s'il existe une fréquence telle que le gain de boucle $T(j\omega) = A_v(j\omega) \cdot \beta(j\omega) = -1$
(Critère de Barkhausen)
- Critère physique
Pb si pour un déphasage de 180° le gain de $T(j\omega)$ est supérieur à 1

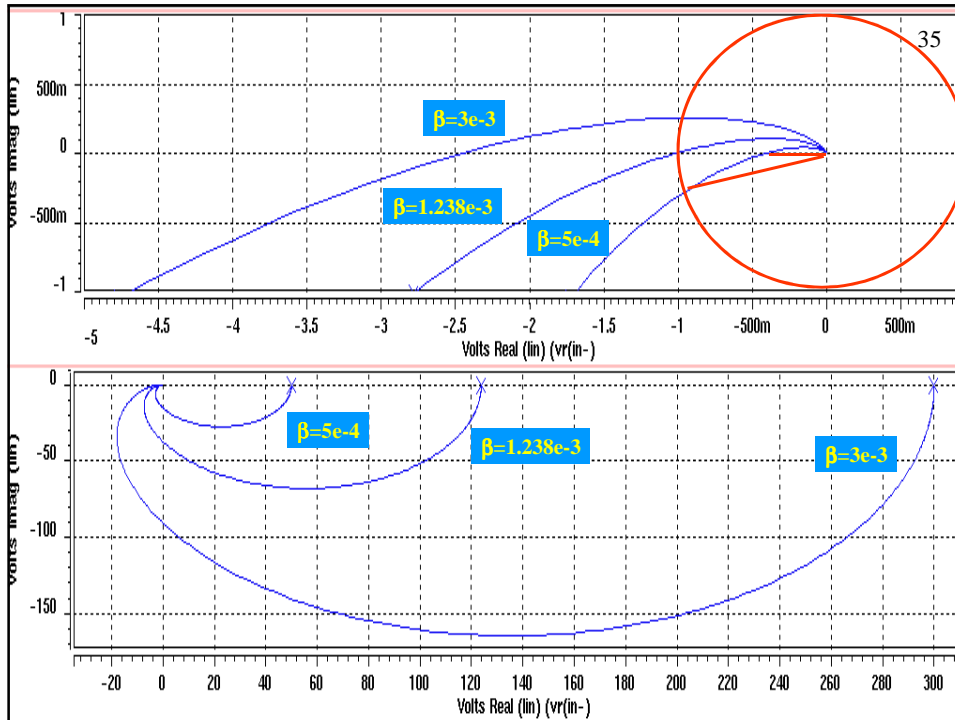
Système rebouclé



- Analyse de stabilité
 - Analyse mathématique du gain de boucle : $A_v(j\omega) \cdot \beta(j\omega)$
 - Déterminer ω qui conduit à un déphasage de 180°
 - Calculer le gain obtenu pour cette pulsation
 - Applicable facilement pour des pôles identiques et un retour réel
 - Analyse graphique - Diagramme de Bode - Diagramme de Nyquist
 - Ampli de gain 100dB avec trois pôles proches : 10kHz, 100kHz et 1MHz
 - β réel ne doit pas être trop « élevé »
 - Marge de gain et marge de phase permettent d'évaluer quantitativement la stabilité







Exemple de calcul

36

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

- Soit un amplificateur ayant 3 pôles (10Hz + 1 pôle double à 10kHz) et un gain statique de 100dB
 - Est-il stable en montage suiveur ?
 - Quel est le gain minimum réalisable pour obtenir un système rebouclé stable ?
 - On réalise un amplificateur de gain 200 avec cet amplificateur. Qu'elle est sa marge de gain ?

Exemple de calcul

37

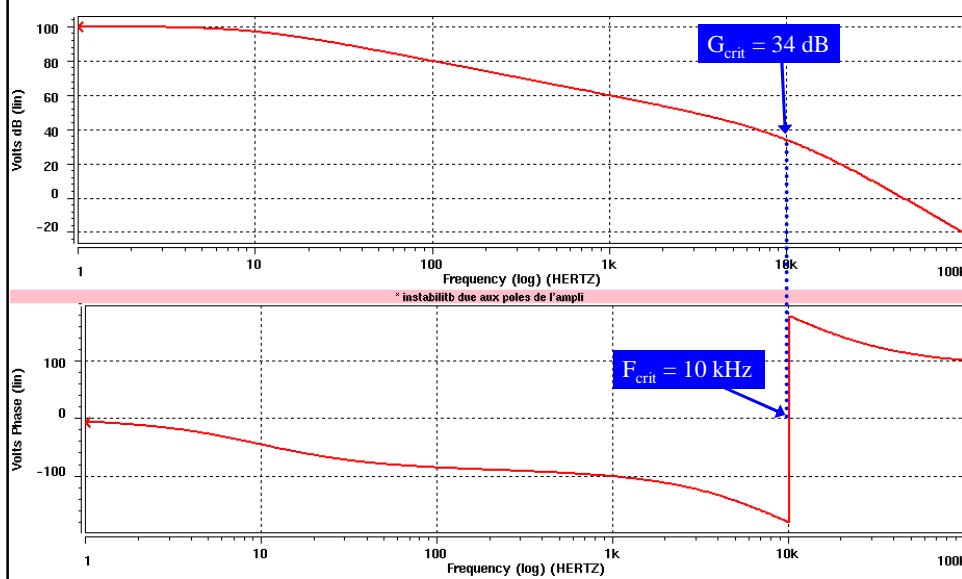
Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

- Soit un amplificateur ayant 3 pôles (10Hz + 1 pôle double à 10kHz) et un gain statique de 100dB
 - Est-il stable en montage suiveur ?
 - Méthode d'analyse
 - 1°) Analyse asymptotique de phase
 - 2°) Identification de la fréquence f_{crit} conduisant à un déphasage de 180°
 - 3°) Analyse asymptotique du gain
 - 4°) Calcul du gain à la fréquence f_{crit}
 - Si >1 , le suiveur ($\beta=1$) est instable

Exemple de calcul

38

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

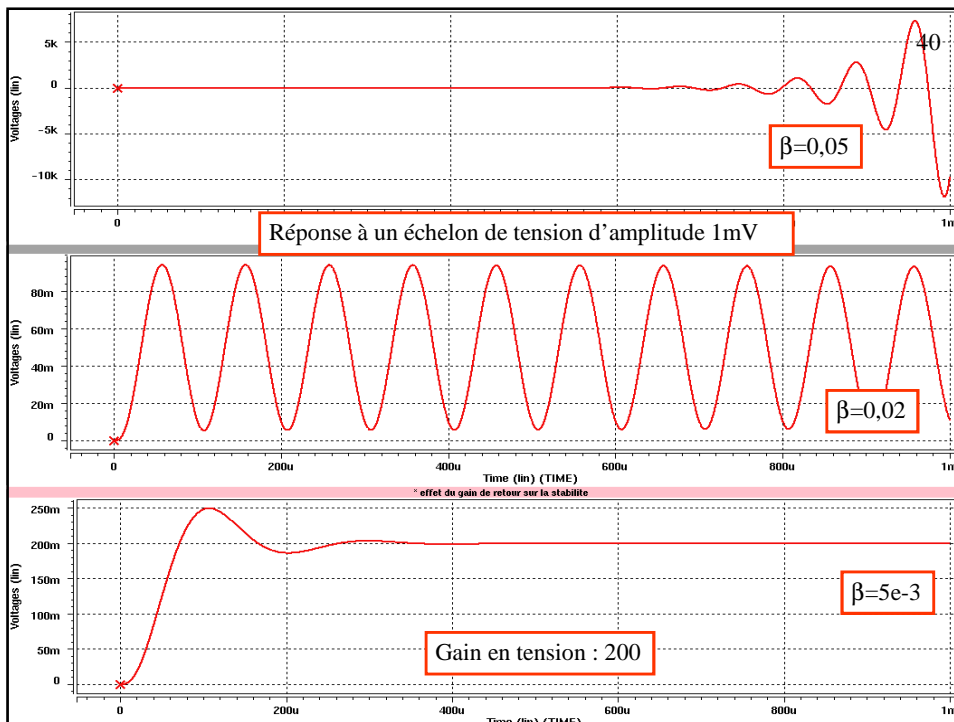


Exemple de calcul

39

Polytech'Montpellier

- Soit un amplificateur ayant 3 pôles (10Hz + 1 pôle double à 10kHz) et un gain statique de 100dB
 - Est-il stable en montage suiveur ?
 - Quel est le gain minimum réalisable pour obtenir un système rebouclé stable ?
 - $\beta = -34 \text{ dB}$
 - $\beta = 0,02$
 - $G = 50 \text{ (34dB)}$



Exemple de calcul

41

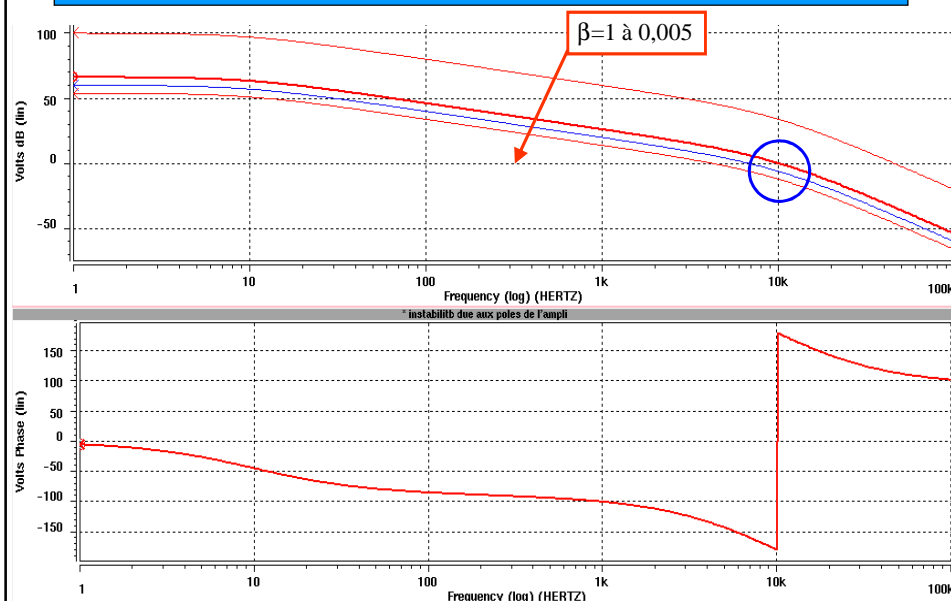
Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

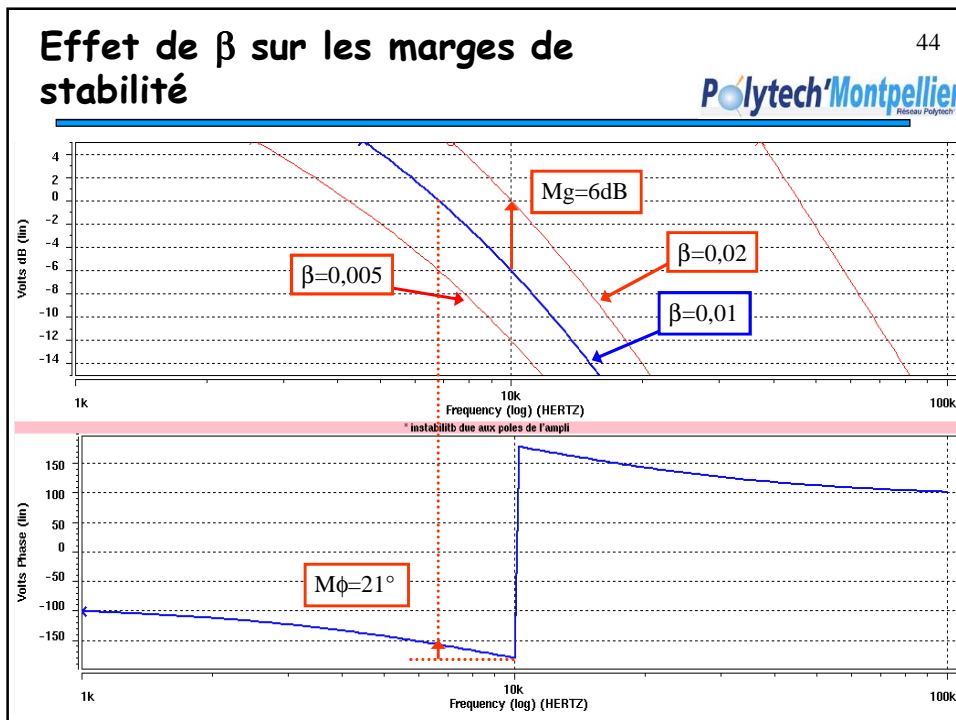
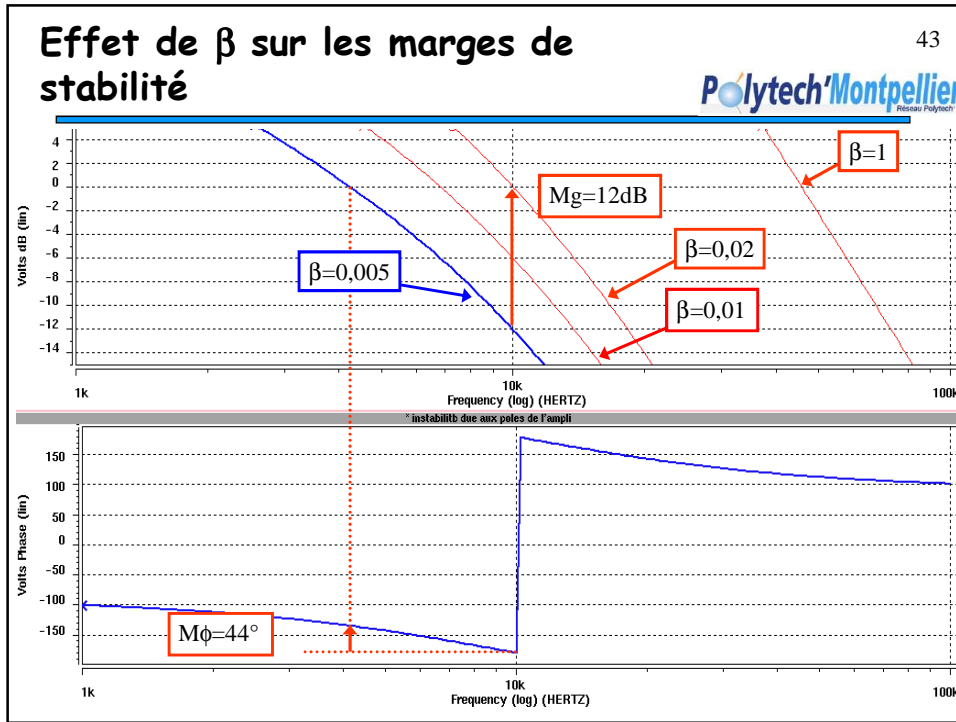
- Soit un amplificateur ayant 3 pôles (10Hz + 1 pôle double à 10kHz) et un gain statique de 100dB
 - Est-il stable en montage suiveur ?
 - Quel est le gain minimum réalisable pour obtenir un système rebouclé stable ?
 - On réalise un amplificateur de gain 200 avec cet amplificateur. Qu'elle est sa marge de gain ?
 - Montage amplificateur avec $\beta = 0,005$ (-46dB)
 - Gain de 200 (46dB)
 - Marge de gain de 12 dB

Effet de β sur les marges de stabilité

42

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech





Exemple de calcul

45

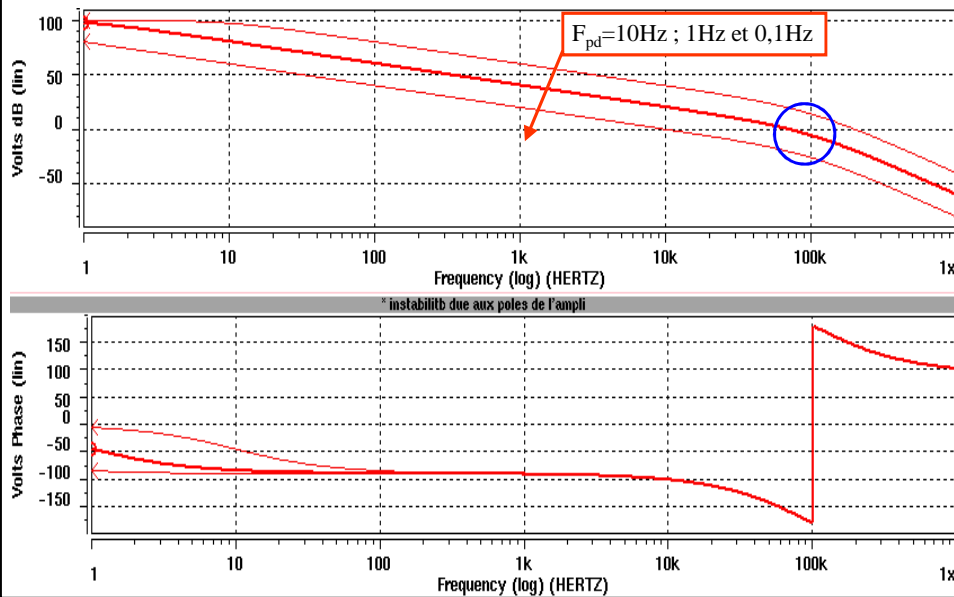
Polytech'Montpellier
Niveau Polytech

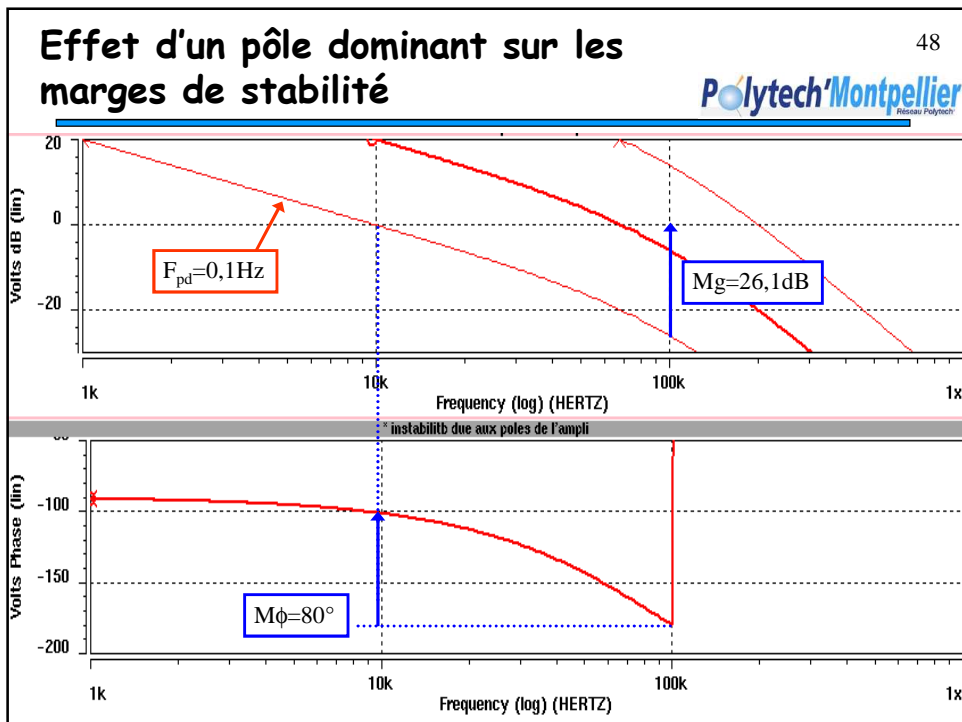
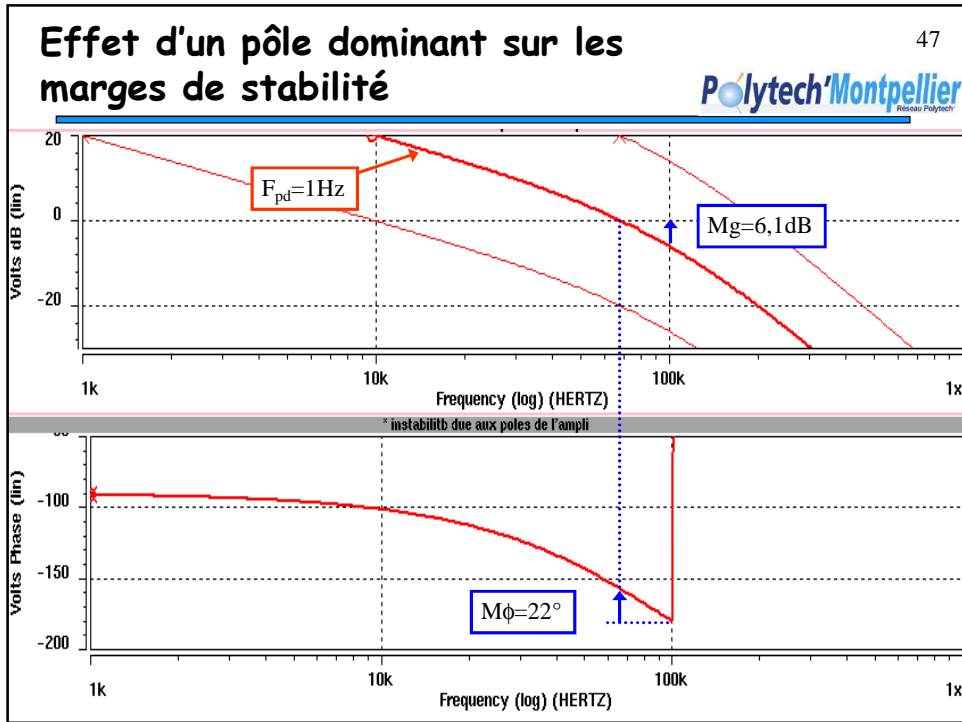
- Soit un amplificateur ayant 3 pôles (10Hz + 1 pôle double à 100kHz) et un gain statique de 100dB
 - Est-il stable en montage suiveur ?
 - Comment évolue la stabilité du montage lorsque le pôle BF se déplace vers les BF ?
 - 1 Hz
 - 0,1 Hz

Effet d'un pôle dominant sur les marges de stabilité

46

Polytech'Montpellier
Niveau Polytech



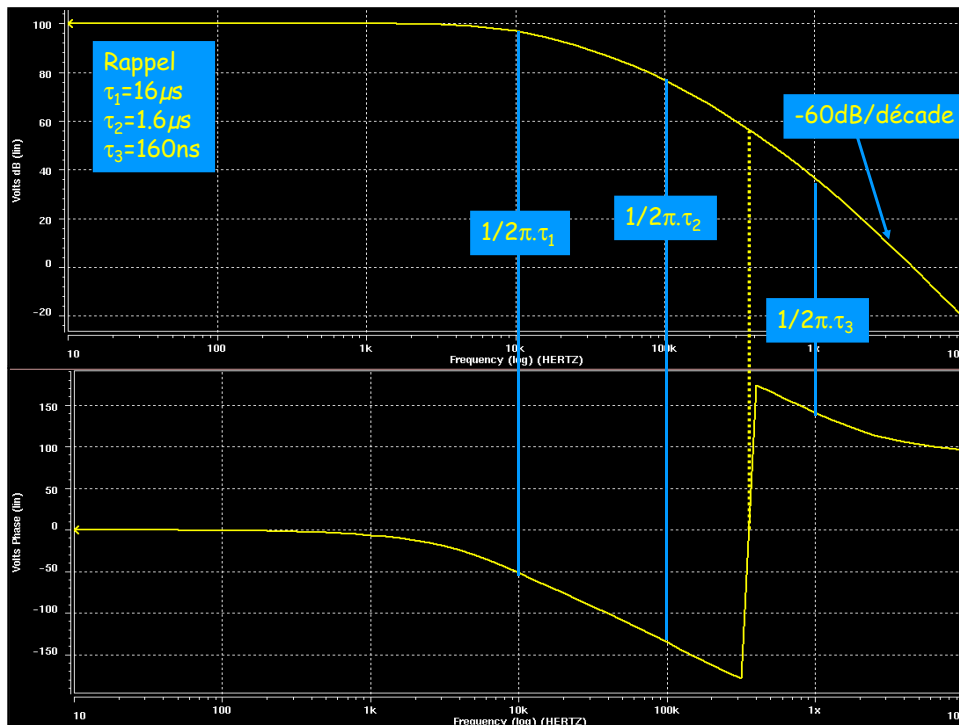


Chapitre III : Stabilité des Systèmes Electroniques Rebouclés

49

Polytech'Montpellier
UNIVERSITÉ MONTPELLIER II

- L'amplificateur de tension en B.O.
- Rappels sur les systèmes rebouclés
 - Les configurations possibles
 - Propriétés générales des systèmes rebouclés
- Stabilité des systèmes re-bouclés
 - Instabilité d'un système réel rebouclé
 - Critère de Nyquist
 - Compensation
 - Stabilisation par action sur le gain de boucle
 - Large bande : atténuateur résistif
 - Haute fréquence : action sur le pôle dominant

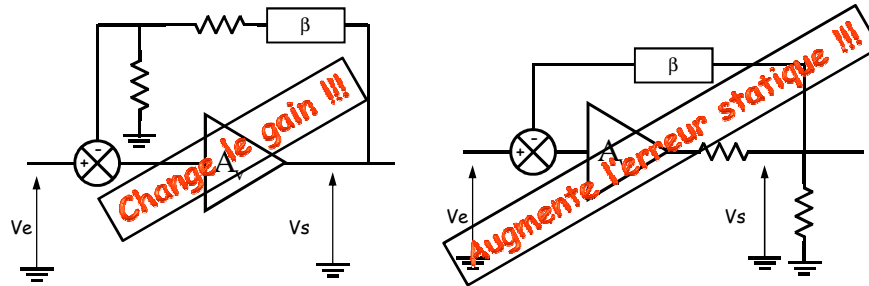


Stabilisation par action sur le gain de boucle large bande

51

Polytech'Montpellier

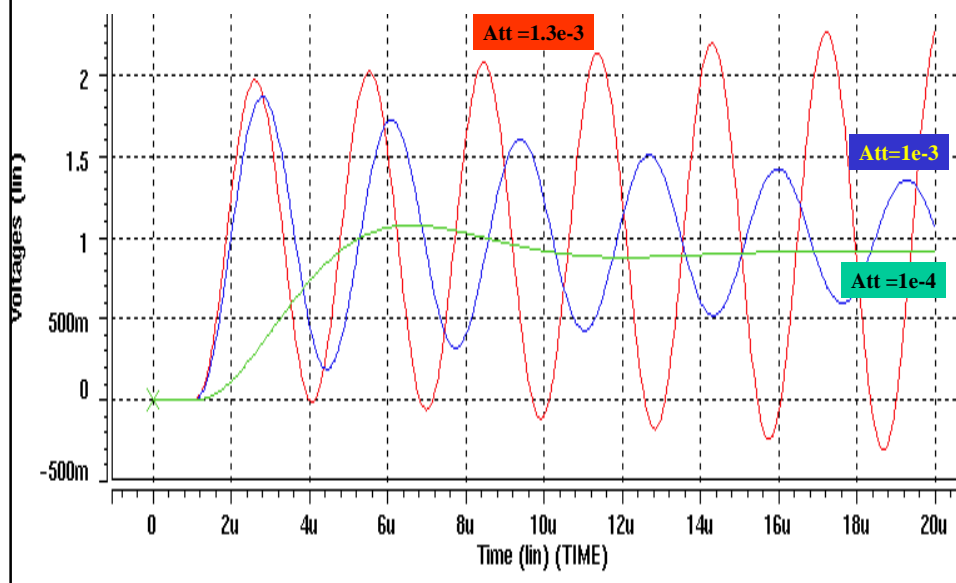
- Objectif : ramener $A\beta$ à une valeur sous-critique avec en général une cible en marge de gain (quelques dB) et en marge de phase (15 à 45°)
- Atténuation large bande par pont de résistance



Stabilisation par correction large bande (montage suiveur)


52

Polytech'Montpellier

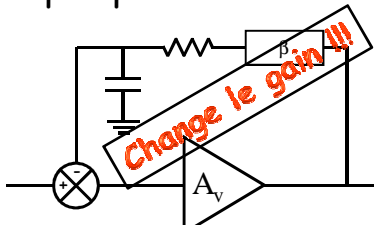


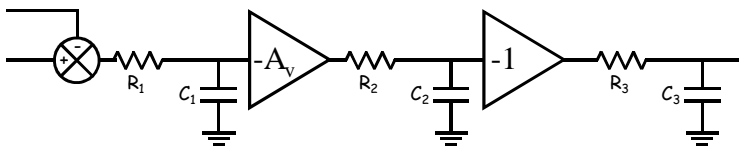
Stabilisation par action sur le gain de boucle haute fréquence

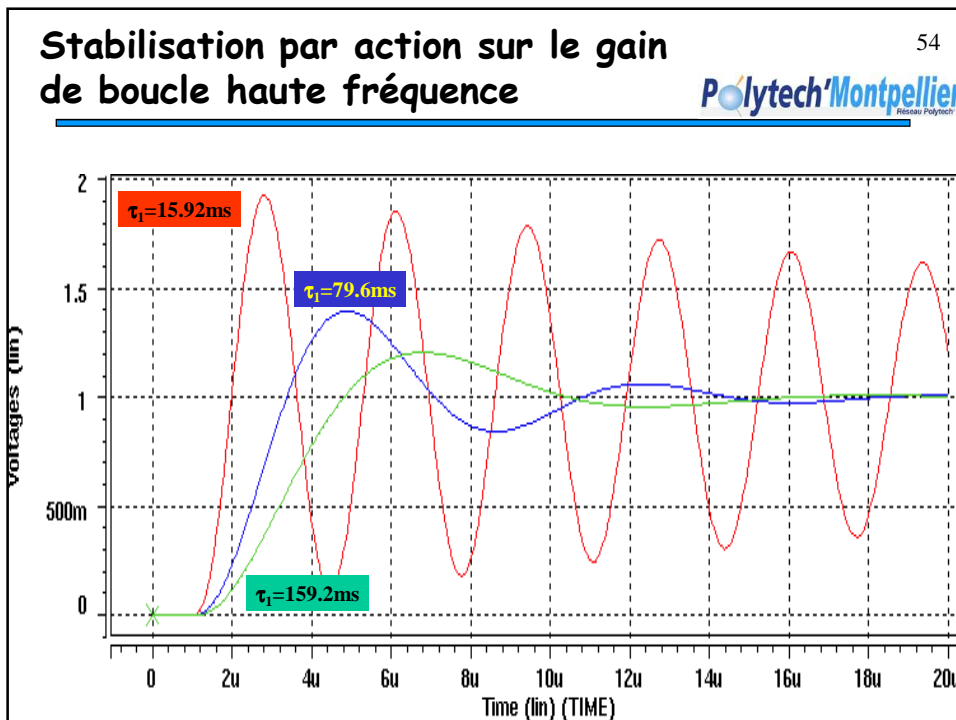
53

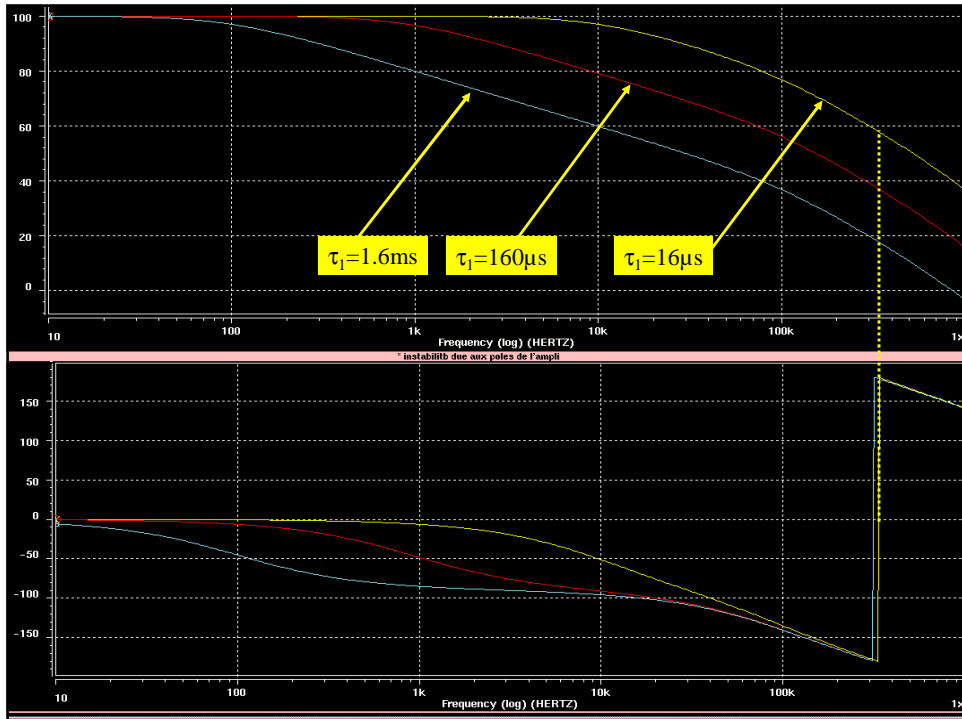
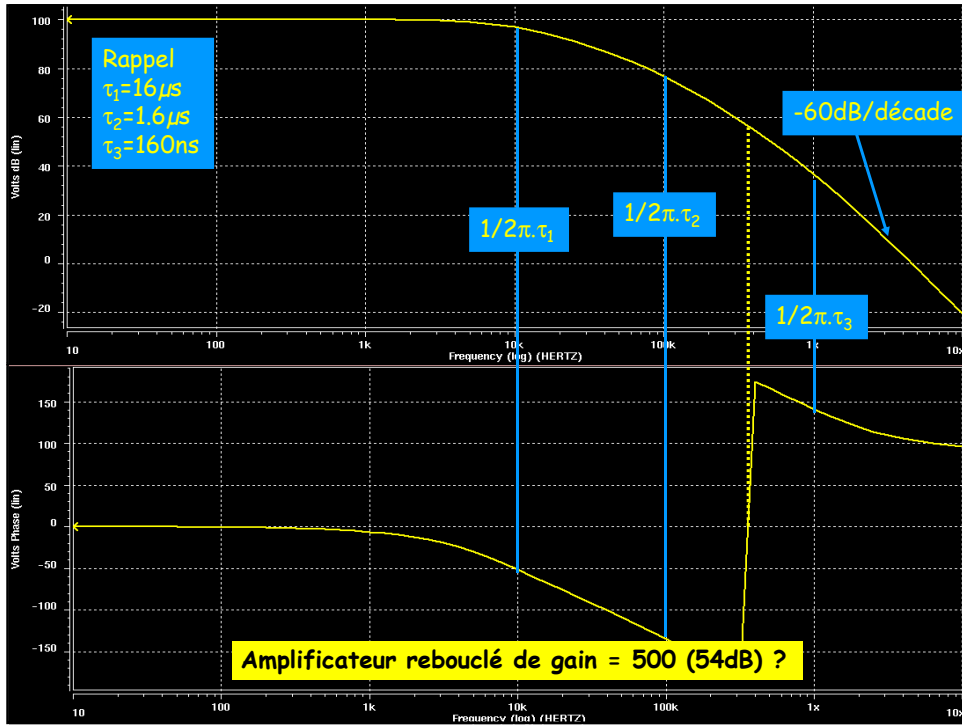


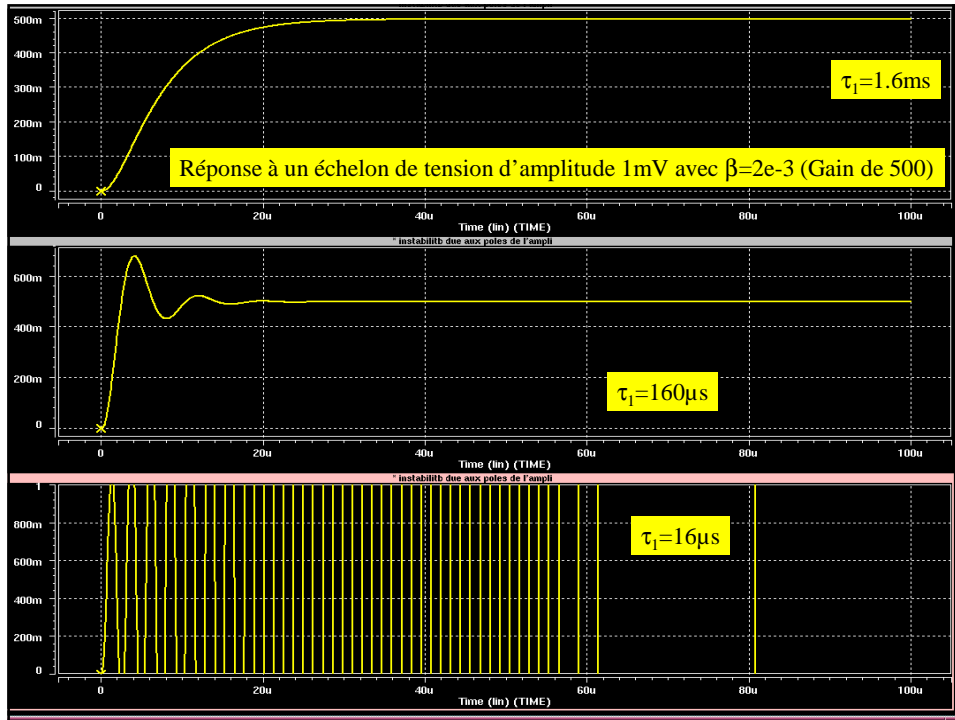
- Atténuation haute fréquence par pôle dominant
 - Dans la boucle de retour
Gain = $1/\beta \cdot (1 + \tau p)$
 - Dans la boucle directe
=> modification d'un des pôles
 $f_{c1} = 10\text{kHz} \Rightarrow \tau_1 = 15.92\mu\text{s}$









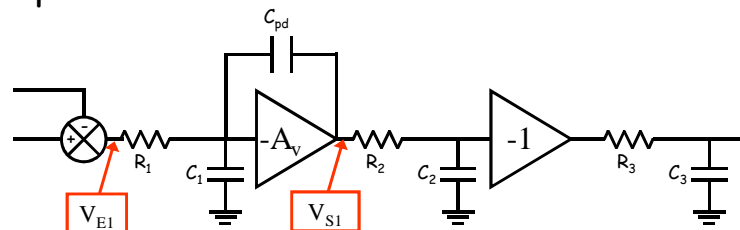


Stabilisation par action sur le gain de boucle haute fréquence

58



- Compensation de l'amplificateur par introduction d'un pôle dominant



$$\frac{V_{E1} - V_{S1} / -A_v}{R_1} = C_{pd} p \cdot \left(\frac{V_{S1}}{-A_v} - V_{S1} \right) + C_1 p \cdot \frac{V_{S1}}{-A_v}$$

$$\Rightarrow -A_v V_{E1} = R_1 C_{pd} p \cdot (V_{S1} + A_v \cdot V_{S1}) + R_1 C_1 p \cdot V_{S1} + V_{S1}$$

$$\Rightarrow -A_v V_{E1} = V_{S1} (1 + R_1 (C_{pd} (A_v + 1) + C_1) p)$$

Effet Miller !!!

Résumé & Exercices

59

The logo for Polytech'Montpellier, featuring the text "Polytech'Montpellier" in a blue sans-serif font, with a small graphic element above the "y" in "Polytech".

- Résumé

- Les pôles de l'élément amplificateur peuvent conduire à une instabilité (3 pôles)
- La stabilité d'un amplificateur est garantie par la position d'un des pôles en basse fréquence (pôle dominant)
- Le montage amplificateur le plus critique en terme de stabilité est le suiveur ($\beta = 1$)

- Exercices :

- Annale : [janvier 2005](#)
- Annale : [janvier 2006](#)
- Annale : [novembre 2006](#)