

Bruit de grenaille

4.1 - Introduction

Le **bruit de grenaille** est lié à la *structure discontinue* de la matière. *Schottky* a observé ce bruit, qui était lié à l'émission d'électrons de la cathode d'un tube à vide à des instants aléatoires *Poissonniens*.

4.2 - Modèle de Schottky idéal

4.2.1 - Hypothèses de calcul

Considérons un dispositif dans lequel le flux de charges fluctue, donnant naissance à un courant de bruit. Ce phénomène peut se produire dans un tube à vide, pour lequel une cathode chauffée par un filament, émet des électrons qui sont captés sur une anode soumise à un potentiel positif, mais également dans les jonctions à semiconducteur.

Pour la suite, nous supposerons que l'**émission** d'électrons est totalement **aléatoire** et qu'il n'y a pas de corrélation entre les émissions. Si l'on se réfère à l'exemple du tube à vide, cela signifie que les électrons émis n'interagissent pas entre eux avant leur arrivée sur la cathode. En termes plus physique, cela signifie également que le **temps de transit** des électrons τ_T est **beaucoup plus petit** que leur **temps de relaxation** τ_R .

$$\tau_T \ll \tau_R \quad (4.1)$$

Nous supposerons également que le temps de transit de l'électron dans le vide est très faible.

4.2.2- Courant d'émission

Les instants d'émission suivent une **loi de Poisson**. Soit $N(t)$, le nombre d'électrons émis entre 0 et l'instant t . Ce nombre est la résultante d'une succession de paliers (discontinuités d'amplitude 1), à des instants répartis sur l'axe des

temps, suivant une loi de *Poisson*. Si l'on trace la droite passant en moyenne par toutes ces « marches » (Fig. 4.1), son équation est de la forme :

$$N(t) = k_0 \cdot t + b(t) \quad (4.2)$$

— $b(t)$: représente la fluctuation par rapport à la moyenne et correspond au bruit.

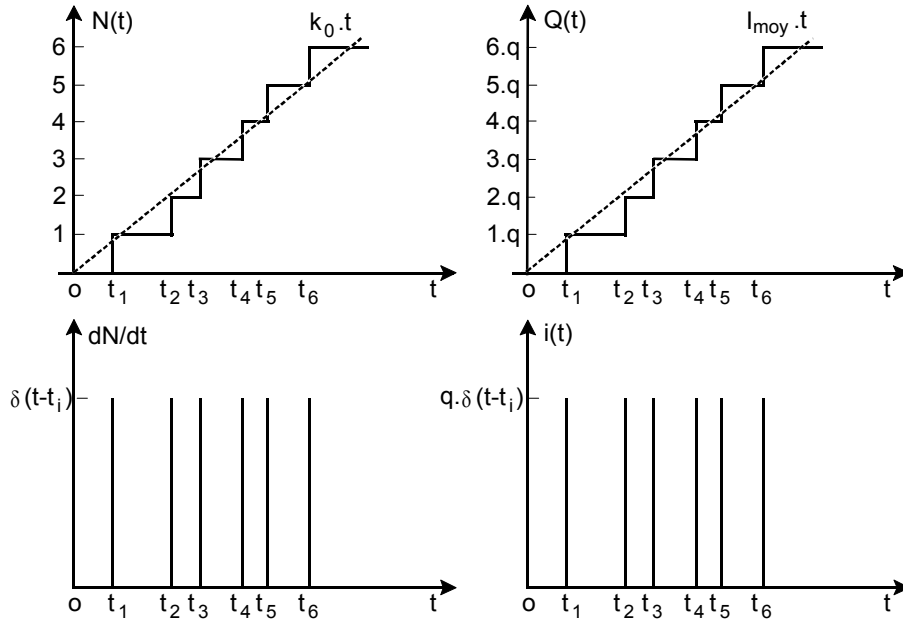


Fig. 4.1 - Grandeurs caractéristiques associées à l'émission d'électrons.

La charge associée à cette émission d'électrons de charge élémentaire q , s'exprime par :

$$Q(t) = q \cdot N(t) = q \cdot k_0 \cdot t + q \cdot b(t) \quad (4.3)$$

Dans la relation (4.3), le courant moyen (ou la charge moyenne émise par unité de temps) est donnée par :

$$I_{moy} = q \cdot k_0 \quad (4.4)$$

Le courant instantané se déduit des relations (4.3) et (4.4) :

$$i(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = I_{moy} + q \cdot \frac{db(t)}{dt} \quad (4.5)$$

A chaque émission d'électron, il correspond une impulsion de courant. Le courant instantané est représenté par une impulsions de *Dirac* :

$$i(t) = q \cdot \delta(t - t_i) \quad (4.6)$$

4.2.3 - Densité spectrale associée au courant

Les variables aléatoires $N(t)$ et $Q(t)$ ne sont pas stationnaires, car leur moyenne est une fonction linéaire du temps. Par contre, la variation du nombre d'électrons émis par rapport au temps, ou le courant instantané ont une valeur moyenne indépendante du temps qui vaut respectivement k_0 ou I_{moy} . Nous admettrons donc, que les deux variables aléatoires $dN(t)/dt$ et $i(t)$ sont **stationnaires** et **ergodiques**. Le traitement est effectué à partir de ces variables et en utilisant une approche globale.

Finalement, lorsque le temps de transit des électrons est négligé, le phénomène de fluctuation de courant, résultant de l'émission d'électrons, peut être assimilé à un système linéaire de fonction de transfert $G(f)$, attaqué à son entrée par la fonction aléatoire $dN(t)/dt$ et qui présente en sortie, la fonction aléatoire $i(t)$ (Fig. 4.2).

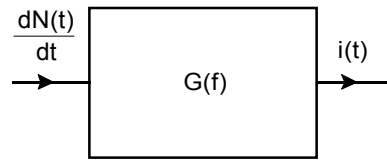


Fig. 4.2 - Analogie avec le filtrage linéaire pour le passage de la fluctuation d'électrons à la fluctuation du courant.

A l'entrée du filtre, nous avons :

$$\frac{dN(t)}{dt} = \delta(t - t_i) \quad (4.7)$$

A la sortie, le courant est donné par la relation (4.6).

La fonction de transfert du filtre est donnée par le rapport des transformées de Fourier des relations (4.6) et (4.7)

$$G(f) = \frac{\text{TF}[i(t)]}{\text{TF}\left[\frac{dN(t)}{dt}\right]} = q \quad (4.8)$$

La densité spectrale de courant de bruit est liée au transfert du filtre par la relation classique :

$$\eta_i(f) = |G(f)|^2 \cdot \gamma_{N'}(f) \quad (4.9)$$

Pour déterminer la densité spectrale du courant, il convient d'évaluer la densité spectrale $\gamma_{N'}(f)$ où $N' = dN(t)/dt$.

A une impulsion unité unique, correspond un spectre $S_\delta(\nu)$, donné par :

$$S_\delta(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - t_i) \cdot \exp(-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot t) \cdot dt = 1 \quad (4.10)$$

Pour le domaine des fréquences positives utilisées dans le domaine physique, l'utilisation des résultats du chapitre 3 (paragraphe 3.2.2) conduit à :

$$\gamma_\delta(f) = 2 \cdot S_\delta(f) = 2 \quad (4.11)$$

La densité spectrale $\gamma_{N'}(f)$ est évaluée pour une moyenne de k_0 impulsions par unité de temps. Nous obtenons alors :

$$\gamma_{N'}(f) = 2 \cdot k_0 \quad (4.12)$$

Les relations (4.12), (4.8), (4.9) et (4.4), permettent de déterminer la densité spectrale du courant de bruit :

$$\eta(f) = 2 \cdot q \cdot I_{moy} \quad (4.13)$$

Dans le cas du modèle de *Schottky* idéal, la densité spectrale de courant associée au bruit de grenaille, ne dépend pas de la fréquence. Il s'agit d'un bruit blanc.

4.3 - Influence du temps de transit

4.3.1 - Ordres de grandeur

Les valeurs relatives des temps de transit et du temps de relaxation jouent un rôle important dans la nature du bruit.

Pour le silicium, le temps de relaxation est tel que : $10^{-15} < \tau_R(s) < 10^{-12}$.

La durée de vie des porteurs qui matérialise le temps après lequel ils disparaissent par recombinaison est tel que : $10^{-7} < \tau(s) < 10^{-6}$.

Le temps de transit est plus difficile à appréhender, car il dépend des conditions expérimentales. Il est lié à la vitesse des porteurs, c'est à dire au champ électrique, mais également à la distance que les électrons parcourent. Si on considère que les électrons se déplacent à leur vitesse limite (vitesse de saturation $v_s \approx 10^7 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$), on constate que le temps de transit dans un barreau de silicium de longueur $1 < L(\mu\text{m}) < 100$, est tel que : $10^{-11} < \tau_T(s) < 10^{-9}$. Si nous considérons maintenant le cas d'une jonction PN au silicium, les électrons qui traversent la barrière, sont soumis à un fort champ électrique qui les accélère brutalement. Dans ces conditions, le temps de transit devient très inférieur au temps de relaxation.

4.3.2 - Densité spectrale de courant avec l'effet du temps de transit

La figure 4.3, représente les grandeurs mises en jeu dans le cas où le temps de transit des électrons n'est plus considéré comme négligeable.

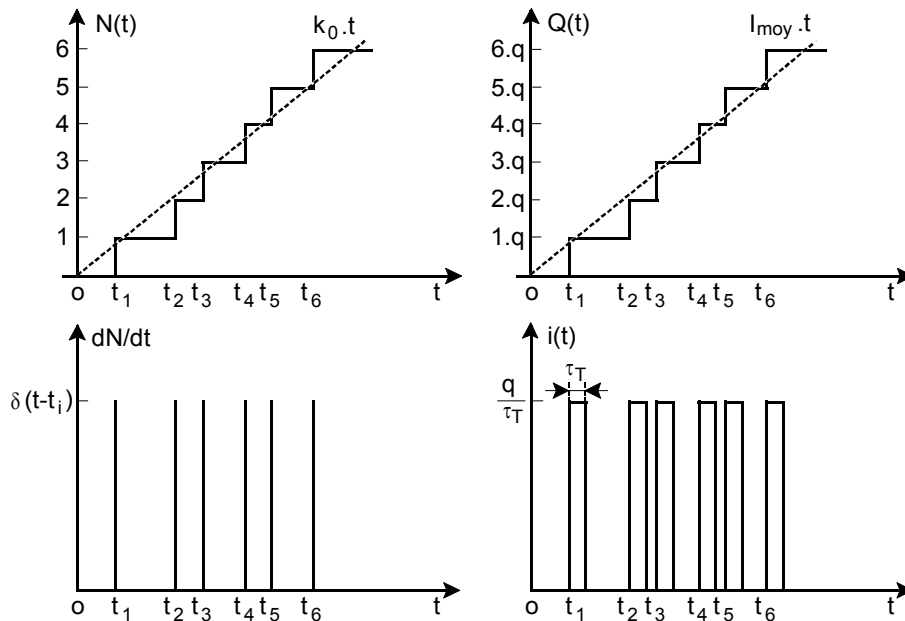


Fig. 4.3 - Influence du temps de transit.

L'aire des impulsions de Dirac est égale à l'unité, et la surface des impulsions de courant est égale à la charge élémentaire de l'électron q . La durée des impulsions de courant étant égale au temps de transit τ_T , l'amplitude des impulsions de courant est donc égale à q / τ_T .

En utilisant une approche identique à celle développée dans le paragraphe précédent, il est nécessaire d'utiliser un filtre, permettant de transformer $dN(t)/dt$ en $i(t)$. La réponse percussionnelle de ce filtre est indiquée sur la figure 4.4.

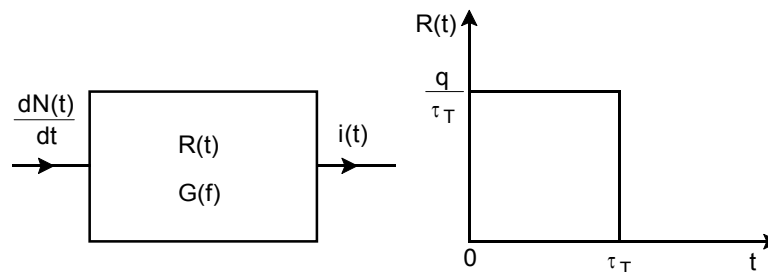


Fig. 4.4 - Analogie avec le filtrage linéaire pour le passage de la fluctuation d'électrons à la fluctuation du courant, lorsque le temps de transit n'est pas négligé.

Nous obtenons facilement :

$$G(f) = q \cdot \frac{(1 - \exp(-j2\pi\tau_T f))}{j2\pi\tau_T f} \quad (4.14)$$

Soit :

$$|G(f)|^2 = q^2 \cdot \left[\frac{\sin(\pi\tau_T f)}{\pi\tau_T f} \right]^2 \quad (4.15)$$

La densité spectrale de courant de bruit qui en résulte se déduit des relations (4.9) et (4.12). Nous obtenons :

$$\eta(f) = 2q \cdot I_{moy} \cdot \left[\frac{\sin(\pi\tau_T f)}{\pi\tau_T f} \right]^2 \quad (4.16)$$

La relation (4.16) met en évidence la dépendance de la densité spectrale de courant de bruit avec la fréquence. Il ne s'agit donc plus d'un bruit blanc. Toutefois une approximation peut être faite en considérant la forme du sinus cardinal. En effet, nous pouvons considérer une plage de fréquences allant du continu jusqu'à f_0 , telle que le carré du sinus cardinal soit proche de l'unité. Dans ce cas, la densité spectrale de courant de bruit peut être considérée comme invariante avec la fréquence et donc le bruit comme un bruit blanc. Cette fréquence est donnée par :

$$f_0 \approx \frac{1}{20 \cdot \pi \cdot \tau_T} \quad (4.17)$$

Avec un temps de transit de l'ordre de 10^{-14} s, nous obtenons $f_0 \approx 1600$ GHz et par conséquent, nous pourrions considérer ce bruit comme blanc aux fréquences usuelles.

4.3.3 - influence du temps de relaxation

Lorsque le temps de transit et le temps de relaxation sont du même ordre de grandeur, il peut y avoir collision entre les électrons. Dans ce cas, seule une fraction des électrons émis seront collectés et participeront à la génération du bruit de grenaille.

Le nombre moyen de chocs N_0 est inversement proportionnel au temps de relaxation :

$$N_0 = \frac{1}{\tau_R} \quad (4.18)$$

Considérons un intervalle de temps δt , suffisamment petit ($\delta t \ll \tau_R$). La probabilité pour qu'il y ait un choc dans cet intervalle de temps est donnée par :

$$P_c = \frac{\delta t}{\tau_R} \quad (4.19)$$

La probabilité pour qu'il n'y ait pas de chocs se déduit de la relation (4.19) :

$$P_{nc} = 1 - P_c = 1 - \frac{\delta t}{\tau_R} \quad (4.20)$$

La probabilité pour qu'il n'y ait pas de chocs pendant le transit des électrons est donnée par :

$$P_0 = \lim_{\delta t \rightarrow 0} P_{nc} \cdot \exp\left(\frac{\delta t}{\tau_R}\right) = \exp\left(-\frac{\tau_T}{\tau_R}\right) \quad (4.21)$$

Si l'on suppose pour simplifier que seule la fraction du courant $P_0 \cdot I_{moy}$, donne lieu à un effet de grenaille, la densité spectrale de courant associée s'écrit sous la forme :

$$\eta(f) = 2 \cdot q \cdot I_{moy} \cdot \exp\left(-\frac{\tau_T}{\tau_R}\right) \quad (4.22)$$

A partir de la relation (4.22), nous retrouvons bien la densité spectrale du courant de bruit dans le cas du modèle de *Schottky* idéal, c'est à dire lorsque $\tau_T \ll \tau_R$.

Lorsque $\tau_T \gg \tau_R$, le bruit de grenaille tend à disparaître au profit du bruit lié aux collisions. Ce bruit est d'origine thermique et il fait l'objet du chapitre suivant.

Bibliographie

- [1] J. P. NOUGIER, « Origine du bruit dans les dispositifs à semiconducteurs », *Revue de Physique Appliquée*, n°22, p. 803-819, 1987.
- [2] M. SAVELLI, J. COMALLONGA, L. BOGGIANO, « Bruit de fond et mesures », *Les techniques de l'ingénieur*, E 1150- R 310, p. 1-31.